THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE MONTPELLIER

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

Par M. Gr. GRAMATICESCO

1re THÈSE. — Quelques recherches sur l'entrainement électrique des mélanges.

2e THÈSE. — Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 1919, devant la Commission d'examen

MM. BEAULARD de LENAIZAN, *Président*
GODECHOT, LEENHARDT, } *Examinateurs*

MONTPELLIER
IMPRIMERIE FIRMIN et MONTANE
Rue Ferdinand-Fabre et Quai du Verdanson

1919

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE MONTPELLIER

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS-SCIENCES PHYSIQUES

Par M. Gr. GRAMATICESCO

1re THÈSE. — QUELQUES RECHERCHES SUR L'ENTRAINEMENT ÉLECTRIQUE DES MÉLANGES.

2e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le **1919, devant la Commission d'examen**

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

MM. BEAULARD DE LENAIZAN, *Président*
GODECHOT, LEENHARDT, } *Examinateurs*

MONTPELLIER
IMPRIMERIE FIRMIN ET MONTANE
Rue Ferdinand-Fabre et Quai du Verdanson
1919

FACULTÉ DES SCIENCES

DE

L'UNIVERSITÉ DE MONTPELLIER

	MM.	
Doyen	DAUTHEVILLE	Mécanique rationnelle
Professeurs	FLAHAULT	Botanique
	DE FORCRAND	Chimie
	FABRY	Mathématiques pures
	N.	Géologie
	CURIE	Minéralogie
	DUBOSCQ	Zoologie et Anatomie comparée
	BEAULARD DE LENAIZAN	Physique
Professeurs adjoints	SOULIER	Zoologie
	PAVILLARD	Botanique
	GODECHOT	Chimie
Maîtres de conférences	TABOURY	Chimie
	LEENHARDT	Physique
	HUMBERT	Mathématiques
Maître de conférences adjoint	DE ROUVILLE	Zoologie
Secrétaire	ROCHETTE	
Secrétaire adjoint	DUBOIS	

TABLE

PREMIÈRE THÈSE

Pages

INTRODUCTION..... 7

PREMIÈRE PARTIE

Description des appareils. — Préparation des solutions. — Marche d'une expérience. — Correction..... 59

DEUXIÈME PARTIE

CHAPITRE PREMIER. — Solutions à concentration totale 5 °/₀ . 75
CHAPITRE II. — Solutions à concentration totale 10 °/₀ 90
CHAPITRE III. — Solutions à concentration totale 15 °/₀ 105
CHAPITRE IV. — Solutions à concentration totale 20 °/₀ 120
CHAPITRE V. — Solutions à concentration totale 25 °/₀ 135

TROISIÈME PARTIE

CONCLUSIONS..... 153

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ 159

Dans les indications bibliographiques, un chiffre entre crochets [ ] donne pour les périodiques, la série dont le numéro fait partie. A défaut d'autres, indications, le nombre écrit en caractères gras et qui suit immédiatement le titre de l'ouvrage indique la tomaison; les suivants et dans l'ordre la page et l'année de publication.

PREMIÈRE THÈSE

QUELQUES RECHERCHES

SUR

L'ENTRAINEMENT ÉLECTRIQUE

DES MÉLANGES

INTRODUCTION

Lorsque l'on intercale dans un voltamètre une cloison poreuse divisant l'appareil en deux compartiments complètement séparés contenant chacun l'une des électrodes, l'on voit, dès que le courant passe et en même temps que l'électrolyse se poursuit, le niveau monter dans l'une des cellules et baisser dans l'autre. Ce phénomène, découvert en 1807 par Reuss[1] à Moscou, et en 1816, par Porret[2] qui ignorait son prédécesseur, a été relativement peu étudié, mais a reçu en revanche un grand nombre d'appellations diverses. On le désigna successivement par les noms de motus stoechiagogus[1], cataphorèse[3], endosmose électrique[3], osmose électrique[4], électro-osmose[4], transport électrique[4] et entraînement électrique[4].

---

[1] Reuss, *Mém. de la Soc. Imp. des Naturalistes de Moscou*, **2**, 327, 1809.

[2] Porret, *Ann. of Phil.*, juillet 1816, ou *Ann. de Chim. et de Phys.*, [2], **2**, 137, 1816.

[3] E. du Bois-Reymond, *Berl. Monatsber.*, 20 déc. 1860, 385.

[4] Auteurs divers. On employa d'abord le mot endosmose parce que les premières expériences avaient toutes fourni un transport dans le sens de l'électricité positive qui faisait pénétrer le liquide à l'intérieur d'un vase poreux contenant la cathode. La mise en évidence, pour d'autres liquides, d'un entraînement en sens inverse y fit substituer le mot plus général d'osmose.

Wiedemann a montré[1] et Van der Ven a mis hors de doute[2] la proportionnalité, pour un liquide donné, du transport à l'intensité du courant électrique. Van der Ven a, de plus, fait voir, en opérant sur des solutions aqueuses diversement concentrées d'un même sel et grâce à l'établissement d'une correction dont la nécessité avait échappé à ses prédécesseurs, que la masse du liquide transporté est en raison inverse du poids de sel contenu dans l'unité de volume.

D'autre part, la théorie de Helmholtz[3], aujourd'hui universellement admise, conduit à exprimer le débit électroosmotique U au moyen de la formule

$$U = \frac{\sigma J}{4\pi k^2}(\varphi_i - \varphi_a)$$

dans laquelle J désigne l'intensité du courant, σ la résistivité du liquide, k^2 son coefficient de frottement interne, $\varphi_i - \varphi_a$ la différence de potentiel de la couche double formée à la paroi[4].

D'où s'ensuit, en combinant le résultat expérimental

---

[1] Wiedemann, *Pogg. Ann.*, **87**, 321, 1852. Il est donné de ces expériences ainsi que de tout ce qui a trait à l'osmose électrique et au phénomène réciproque des forces électromotrices de filtration, un excellent résumé dans l'ouvrage de Wiedemann : *Die Lehre von der Elektricität*, **1**, 982, 2e éd. 1893. Dans la 1re édition, voir **2**, 166.

[2] Van der Ven, *Archives du Musée Teyler*, [2], Vol. **8**, 1902-03, pp. 93, 199, 363, 390, 489. Vol. **9**, 1904-05, pp. 97, 217, 573. Vol. **10**, 1906-07, pp. 85, 433.

[3] Helmholtz, *Wied. Ann.*, **7**, 351, 1879, ou *Ges. Abh.*, **1**, 855.

[4] Voir la démonstration de cette formule page 30 et suiv.

avec le résultat théorique, appelant τ le poids de sel dissous dans 1 centimètre cube de solution et δ la densité du liquide

$$\frac{\delta\sigma}{4\pi k^2}(\varphi_i - \varphi_a) = \frac{1}{\tau} \cdot \text{Constante}$$

relation intéressante entre grandeurs dont aucune de celles figurant dans le premier membre ne varie suivant une loi simple et connue avec la concentration.

Mais que se passera-t-il si au lieu d'un sel unique on opère sur un mélange, où τ représentera par suite le poids total des sels dissous dans l'unité de volume ? La loi de Van der Ven continuera-t-elle à s'appliquer ? C'est ce que je me suis proposé de rechercher en faisant appel à deux sels, le sulfate et l'azotate de cuivre, qui se meuvent en sens inverse l'un de l'autre. Le premier offre en effet, à travers une cloison d'argile, un entraînement positif[1]; le second, au contraire, remonte le courant[2].

J'ai fait, pour chaque concentration — entendre par là la somme des masses des sels dissous — varier la composition depuis le sulfate pur jusqu'à l'azotate également pur, en passant par un quart d'azotate pour trois de sulfate, moitié de chaque, puis enfin un quart du premier pour trois du second. Les résultats portent donc, suivant la manière dont on les groupe, sur des solutions de

---

[1] Wiedemann, *Pogg. Ann.*, **87**, 321, 1852, et Van der Ven, *loc. cit.*, [2], Vol. **8**, 1902-03, pp. 93, 199.

[2] Van der Ven, *loc. cit.*, [2], Vol. **10**, 1906-07, p. 93. Une première série d'expériences, — *loc. cit.*, [2], Vol. **8**, 1902-03, p. 218 — avait donné un transport positif, attribué plus tard à une impureté de la cloison, des expériences ultérieures ayant fourni un transport positif pour tous les sulfates étudiés et un entraînement en sens inverse pour tous les azotates, y compris celui de cuivre.

composition constante et concentrations diverses ou sur des liquides de même concentration totale inégalement répartie entre les deux sels.

Le travail est divisé en trois parties. La description rapide des appareils employés, la préparation des solutions, l'indication sommaire de la marche d'une expérience, le calcul de la correction à introduire par suite du transport des ions, forment la première. La seconde, divisée en cinq chapitres, contient l'exposé des résultats obtenus. La troisième les groupe en vue des conclusions. Il m'a de plus paru utile de donner, en une introduction un peu longue peut-être, un exposé des principaux travaux auxquels l'entraînement électrique a jusqu'à ce jour donné lieu.

Je tiens à exprimer ici ma vive reconnaissance à M. Beaulard de Lenaizan, qui, après m'avoir attiré l'attention sur l'intérêt présenté par les phénomènes électrocinétiques, a bien voulu mettre à ma disposition les ressources de son laboratoire et guider mes recherches, et aussi à M. Leenhardt pour tous les conseils qu'il m'a donnés.

A. — OSMOSE ÉLECTRIQUE

I. — Expérience

On doit à Wiedemann[1] la première étude quantitative du phénomène. Il fit usage pour ses recherches d'une petite cloche tubulée *c* (*fig.* 1) en verre mastiquée sur un cylindre *a* en argile poreuse fermé dans le bas. Son ouverture supportait un tube vertical *d* pourvu d'une conduite latérale d'écoulement *e*. A l'intérieur se trouvait une lame de platine en communication par le fil *f* avec le pôle négatif d'une batterie de piles. Ce fil était mastiqué en un tube de verre traversant la partie supérieure de la cloche par un joint étanche. A l'extérieur, le cylindre d'argile était entouré par une deuxième lame métallique reliée par le fil *k* au pôle positif de la pile. Le tout plongeait dans un récipient *h* en verre cylindrique également.

On versait dans l'appareil de l'eau distillée remplissant le premier cylindre jusqu'à son bord et le vase d'argile jusqu'au niveau du tube *e* de manière à tout juste remplir celui-ci sans cependant permettre au liquide, maintenu par la capillarité, de s'en échapper. La différence de

---

[1] Wiedemann, *loc. cit.*

pression qui, dans ces conditions, existait entre l'intérieur et l'extérieur était suffisamment petite pour ne produire aucun passage d'eau à travers la cloison poreuse — ce que prouvait la constance du niveau liquide intérieur — même lorsque l'appareil demeurait livré à lui-même pendant plusieurs heures.

Faisait-on alors passer le courant dans le sens indiqué, l'on voyait immédiatement le niveau se relever dans le compartiment cathodique, dépasser l'embouchure de *e*, d'où le liquide, dès que la surpression contrebalançait la capillarité, commençait à s'écouler. On le recueillait, pour le peser, dans un récipient taré au préalable.

Wiedemann fit tour à tour varier l'intensité du courant, la surface perméable du cylindre d'argile en l'enduisant de résine sur une plus ou moins grande hauteur, enfin son épaisseur par grattages successifs.

La quantité d'eau expulsée du vase poreux en un temps donné fut trouvée proportionnelle à l'intensité du courant et indépendante de la surface ainsi que de l'épaisseur de la cloison poreuse.

Répétées avec des solutions de sulfate de cuivre les expériences conduisirent aux mêmes conclusions. Elles montrèrent de plus que, si aucune loi simple n'apparaît entre les propriétés du liquide et la quantité transportée, celle-ci est cependant d'autant plus grande que la résistance de la solution est elle-même plus élevée.

Afin d'éliminer le frottement contre les parois des canaux capillaires de la cloison d'argile et mesurer la force même avec laquelle le courant électrique entraîne le liquide, Wiedemann, après avoir bouché l'orifice du tube vertical *d*, adapta le tube d'écoulement à un manomètre à air libre (*fig.* 2). Il se produisit dans celui-ci une dénivellation du mercure qui devenait stationnaire lorsque la

Fig. 1

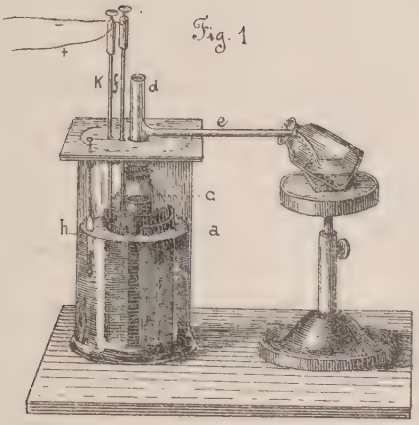


Fig. 2

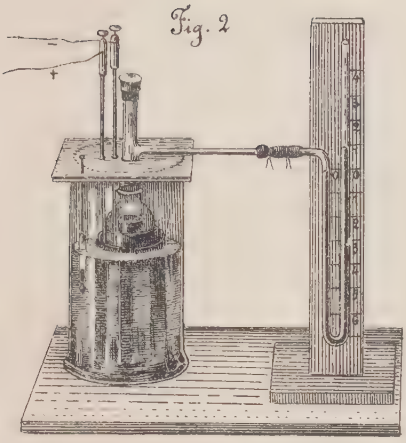


Fig. 3

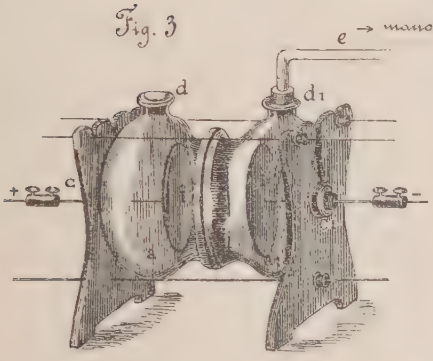


Fig. 5

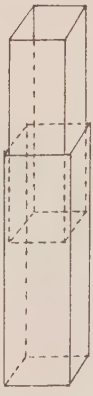


Fig. 6

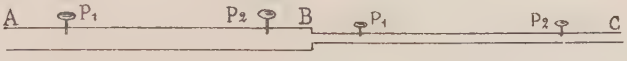
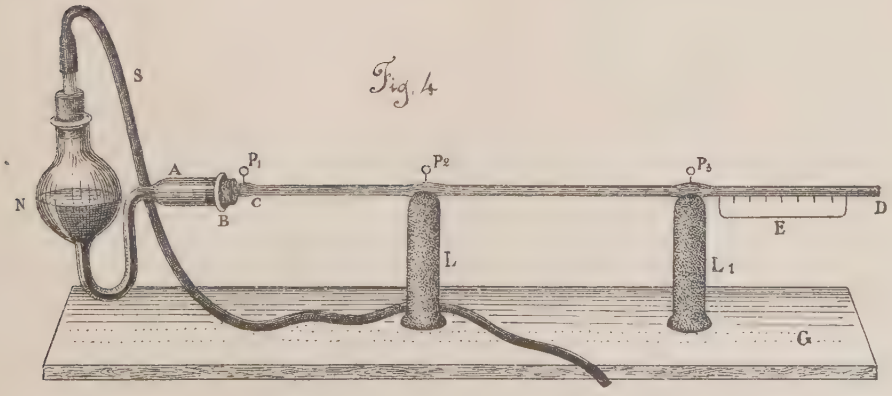


Fig. 4



quantité de liquide qu'elle chassait du vase poreux était précisément égale à celle que le transport électrique y appelait.

L'eau donnant lieu à un dégagement gazeux gênant fut remplacée par des solutions de sulfate de cuivre avec électrodes du même métal.

Après avoir étudié avec ce dispositif la manière dont les dénivellations dépendent de l'intensité du courant et de la surface du cylindre d'argile, Wiedemann eut recours, pour se rendre compte de l'influence exercée par l'épaisseur de la cloison, à un autre appareil dans lequel le cylindre était remplacé par une plaque, plus facile à se procurer d'épaisseur constante. Il était formé de deux cloches en verre $a\,a_1$ (*fig.* 3), rodées et ajustées l'une contre l'autre. Deux planches serrées par des vis les maintenaient accolées, comprimant entre elles la plaque poreuse à étudier. Chaque cloche portait une tubulure latérale $c\,c_1$, par où pénétrait, à travers un bouchon en caoutchouc, un fil conducteur aboutissant à une plaque en cuivre $i\,i_1$ servant d'électrode. Le tube *e* conduisait au manomètre, tandis que la tubulure *d* demeurait ouverte. On diminuait, d'une expérience à l'autre, l'épaisseur de la plaque par grattage.

Les dénivellations du mercure sont proportionnelles à l'intensité du courant, à l'épaisseur de la paroi poreuse et en raison inverse de sa surface. Elles sont de plus, toutes choses égales d'ailleurs, à peu près proportionnelles, dans un certain intervalle, à la résistance spécifique de la solution.

La loi des pressions est, on le voit, en parfait accord avec celle sur la quantité de liquide transporté. Une cloison poreuse constitue, en effet, un réseau de tubes capillaires. La pression hydrostatique nécessaire pour

les faire traverser en un temps donné par une quantité de liquide également donnée variera donc nécessairement en raison directe de leur longueur — proportionnelle à l'épaisseur de la paroi — et en raison inverse de leur nombre, c'est-à-dire de la surface de la plaque.

Des expériences qualitatives montrèrent que le sulfate de zinc se comporte en tous points comme le sulfate de cuivre. Pour un même courant, le transport fut moins important pour le sulfate de sodium et le sulfate de potassium, plus prononcé, au contraire, avec l'alcool absolu et l'alcool aqueux. Un diaphragme en gypse et aussi une vessie tendue sur un cadre fournirent également un transport plus ou moins intense. Le sens de l'entraînement ne varia jamais ; il se produisait toujours de l'électrode positive à l'électrode négative.

Mais Wiedemann essaya en vain de remplacer la cloison poreuse par des tubes, ou systèmes de tubes, capillaires. La cause de l'échec réside, à son avis, dans la trop grande sensibilité de ceux-ci pour la moindre différence de pression entre leurs extrémités, de sorte que le transport est immédiatement refoulé par l'excès même de pression qu'il tend à établir.

*
* *

Le dispositif suivant permit à Quincke[1] de réussir là où son prédécesseur avait échoué.

Le tube capillaire C D (*fig.* 4) est fixé au moyen du bouchon B à la boule de verre N de section suffisante pour qu'un déplacement de la colonne liquide en D se traduise par une variation de niveau pratiquement nulle

---

[1] Quincke, *Pogg. Ann.*, **113**, 513, 1861.

à l'intérieur du réservoir. Trois fils de platine P_1 P_2 P_3, scellés dans le verre, assurent au courant un parcours variable à volonté. Les supports $L L_1$ sont en cire à cacheter. La plaque G est en verre. Le tout repose sur une table en bois à vis calantes afin de pouvoir donner à l'appareil l'inclinaison voulue. Le tube C D, l'extrémité D légèrement relevée, doit faire avec l'horizontale un angle d'environ 3°. Le tuyau en caoutchouc S coiffe un tube en verre qui traverse le bouchon supérieur du récipient et permet d'en envoyer le liquide, par appel d'air ou compression, dans le tube capillaire jusqu'au niveau voulu que l'on repère sur l'échelle E ou mieux avec un microscope à oculaire micrométrique.

Une batterie de bouteilles de Leyde servit de source d'électricité pour une première série d'expériences. Sa décharge[1] déterminait une élongation du ménisque liquide dans le sens de circulation de l'électricité positive, proportionnelle à la charge de la batterie ainsi qu'à la longueur de la colonne liquide traversée et à peu près indépendante de la densité électrique sur les armatures. Ce déplacement croît sensiblement lorsque le rayon du tube diminue et aussi lorsqu'à section égale[2], on augmente, par l'introduction d'un bâtonnet de verre, la surface intérieure de celui-ci.

Ces lois exigent, pour se vérifier avec rigueur, une décharge assez rapide pour pratiquement s'accomplir avant la mise en marche du liquide. Le plein effet électrique est alors atteint avant que la pesanteur ait eu le

---

[1] Il n'y avait pas de résidu tant que la résistance du circuit ne dépassait pas une certaine limite.

[2] C'est-à-dire pour deux tubes dont les sections, circulaire pour l'un et annulaire pour l'autre, sont égales.

temps de faire sentir son action ; le système forme balistique. Si les nombres trouvés par Quincke indiquent, à charge égale, une légère augmentation de la dénivellation avec la densité sur les armatures, c'est qu'au-dessous d'une certaine valeur de celle-ci, la décharge à travers une résistance donnée cesse d'être instantanée. La diminution de la dénivellation par introduction de résistances dans le circuit devient, pour la même raison, plus sensible pour les grandes que pour les petites résistances. De même, la proportionnalité de la dénivellation à la longueur de la colonne liquide traversée et son augmentation lorsque le rayon du tube décroît ne peuvent, pour la même raison encore, se vérifier avec précision que pour autant que la résistance de la colonne liquide elle-même ne s'oppose pas à l'instantanéité de la décharge.

Quant à la durée de l'ascension, c'est-à-dire au temps qui s'écoule entre l'instant de la mise en marche du ménisque et celui de son arrivée au point extrême de sa course, elle croît avec la résistance du circuit et décroît, pour une quantité donnée d'électricité, avec le nombre des bouteilles entre lesquelles on la répartit, sans cependant dépendre de la valeur même de cette quantité d'électricité. Elle se trouve enfin multipliée par un facteur sensiblement inférieur à deux lorsque, pour une même charge, on double la dénivellation en doublant la longueur de la colonne liquide traversée.

L'alcool absolu pur et l'alcool employé en parfumerie, qui est un mélange d'alcool et d'eau exempt de toute autre impureté, se comportent comme l'eau, mais donnent, vu leur plus grande résistance, des dénivellations plus importantes. Inversement, l'addition à l'eau d'un sel ou d'un acide, la rendant meilleure conductrice, les diminue. Les solutions de chlorure de sodium ou de sulfate de

cuivre à 0,1 °/₀ d'acide sulfurique[1] à 0,4 °/₀, ne manifestent plus aucun entraînement. L'addition d'hydrate de potassium à l'alcool produit un effet analogue.

On retrouve les mêmes phénomènes en reliant directement les électrodes aux pôles de la machine électrique, à cela près que les dénivellations, sensiblement plus importantes, deviennent visibles à l'œil nu.

La batterie de condensateurs fit place, dans une deuxième série d'expériences, à une pile d'éléments Grove[2]. Quincke obtint ainsi, non plus un simple déplacement du ménisque liquide, mais une dénivellation permanente dirigée, pour l'eau, dans le sens de circulation de l'électricité positive, proportionnelle à l'intensité du courant et, par suite, à la force électromotrice de la pile. Elle est, de plus, pour un même nombre d'éléments, indépendante de la longueur de la colonne liquide parcourue, à peu près inversement proportionnelle[3] au carré du rayon du tube, et augmente, à section égale, avec la surface intérieure de celui-ci. La concordance avec les lois de Wiedemann est donc parfaite puisque la résistance du circuit se réduit pratiquement à celle du liquide compris entre les électrodes.

Conclusions identiques, mais dénivellations moindres, avec l'alcool pur et l'alcool aqueux. Les dénivellations diminuent avec la résistivité du liquide ; il n'y a plus aucun mouvement avec les solutions d'acide sulfurique, sulfate de cuivre et chlorure de sodium que la batterie de condensateurs ne parvenait plus à déplacer.

La valeur de la dénivellation dépend, toutes choses

---

[1] Teneur calculée en sel et acide anhydre.

[2] Le laboratoire en disposait de 80.

[3] Voir page 36 et suivantes la discussion de ce point.

égales d'ailleurs, de la nature des substances en contact : elle est pour l'eau sensiblement plus grande dans un tube recouvert à l'intérieur d'une mince couche de gomme laque qu'en l'absenee de cette couche. Le sens de l'entraînement en dépend aussi : un échantillon d'alcool contenant une impureté, d'origine probablement organique mais dont Quincke ne parvint pas à déterminer la nature, fut entraîné, par la décharge et par le courant, dans le sens de circulation de l'électricité négative. Ce fut d'ailleurs le seul corps sur lequel le phénomène put être constaté pour l'électricité galvanique, car la résistance de tous les autres liquides qui le manifestèrent avec la décharge était telle que les 80 éléments Grove ne suffirent pas à y déterminer le passage du moindre courant. Mais, sous l'action de la décharge des bouteilles ou du courant de la machine électrostatique, la térébenthine se déplace dans le sens *négatif* à l'intérieur d'un tube en verre (il en est de même de sa dissolution alcoolique), d'un tube enduit de gomme laque et à travers un diaphragme[1] d'argile, et dans le sens *positif* à travers un diaphragme[1] en soufre. Le sulfure de carbonne se déplace *positivement* dans le verre, sauf pour une qualité particulière de ce dernier où le mouvement a lieu *en sens inverse*.

L'éther, le pétrole, l'huile animale ne manifestèrent aucun entraînement appréciable. Enfin le mercure demeure immobile, ce qui était à prévoir, vu sa grande conductibilité.

---

[1] Dans un appareil de Wiedemann avec le courant de la machine électrostatique.

***

M. Gernez[1] réussit à manifester l'entraînement le long d'une paroi humide sans avoir recours au diaphragme ni même aux tubes capillaires.

Considérons un tube de verre en forme d'Π renversé dont les deux extrémités sont fermées et traversées par des fils de platine ; supposons que l'on ait soudé au coude un appendice tubulaire qui permette d'y introduire un liquide puis de faire le vide dans l'appareil que l'on peut ensuite fermer à la lampe ; si l'on met les deux fils, dont la partie située à l'intérieur du tube est noyée dans le liquide, en communication avec les pôles d'une machine de Holtz en activité, on reconnaît que le liquide passe de l'une des branches dans l'autre, toujours dans le sens de l'écoulement de l'électricité positive vers le pôle négatif. Vient-on à changer le sens de la décharge, le transport se produit aussitôt en sens inverse.

Ce phénomène est extrêmement net ; il est assez rapide dans certains tubes, pour que l'abaissement de niveau soit de 0^m001 par minute ; il présente une grande régularité : on reconnaît que, si le débit de l'électricité est uniforme, les changements de niveau sont proportionnels à la durée de l'expérience ; ils sont sensiblement indépendants de l'étendue de la surface libre du liquide et se manifestent également dans les gaz et les vapeurs quelle qu'en soit la pression.

On pourrait à priori être tenté d'attribuer ce phéomène à une différence de température des liquides aux pôles

---

[1] Gernez, *Compt. Rend.*, **89**, 303 et 348, 1879 et aussi sur le même sujet, Roiti, *Bull. d. Giorn. di Sc. Nat. ed Econ. di Palermo*, n° 14, 10 juillet 1879.

positif et négatif. Mais les indications de deux thermomètres dont les réservoirs plongeaient respectivement dans le liquide anodique et le liquide cathodique demeurèrent à 0°1 près concordantes pendant toute la durée de l'expérience, et une différence de température de 20° établie entre les deux branches ne produisit, en l'absence du courant électrique et agissant pendant un temps égal au passage de celui-ci dans les précédentes expériences, qu'une variation de niveau négligeable. On provoquait d'ailleurs toujours l'entraînement de la branche la plus froide à la branche la plus chaude en faisant arriver par la première l'électricité positive.

Si, d'autre part, après avoir bien séché l'appareil, on prend soin de n'en point mouiller les parois intérieures lors de l'introduction du liquide ou si on les recouvre sur la partie comprise entre les deux niveaux libres d'une couche qui ne permette pas au liquide de les mouiller (de stéarine ou de paraffine, par exemple, dans le cas de l'eau), il ne passe plus rien lorsqu'on établit les communications avec la machine. Le phénomène est donc, puisque le liquide ne peut traverser d'une branche à l'autre qu'autant qu'il mouille la portion de paroi qui les sépare, un transport produit le long du verre sous l'action de l'arrivée de l'électricité. On peut s'assurer de l'exactitude de cette interprétation en soumettant à l'expérience des liquides convenablement choisis. Avec de l'eau distillée, si l'on fait usage d'appareils très propres, ou plus facilement avec de l'eau distillée additionnée de 20 à 50 % d'alcool, on voit naître de la surface anodique de nombreux filets très déliés qui s'élèvent vers la cathode en formant une multitude de petits courants. Tout doute sur le chemin suivi par le liquide sous l'influence de l'électricité est ainsi levé.

Des expériences instituées en vue de savoir si au phénomène de transport ne se superposait pas un entraînement de vapeur prenant naissance à la surface positive pour venir se condenser à la cathode fournirent un résultat négatif.

M. Gernez n'a constaté aucune relation entre les quantités de liquide entraînées, toutes choses égales d'ailleurs, et les constantes capillaires de ces liquides ; mais il y a une certaine concordance entre le sens suivant lequel varie le phénomène et leur conductibilité. Le transport n'a pas lieu pour les très mauvais conducteurs comme le chlorure et le sulfure de carbone, le chloroforme et l'essence de térébenthine, mais, lorsque la décharge parvient à passer, il est d'autant plus important que le liquide est moins bon conducteur. L'eau distillée additionnée d'alcool est plus abondamment entraînée que l'eau pure et le transport de l'alcool du vin est cinq à six fois plus rapide que celui de l'eau distillée. D'un autre côté, l'addition à l'eau pure ou à l'alcool de substances qui changent la conductibilité de ces liquides a pour effet d'affaiblir très rapidement la quantité transportée. Ainsi, en ajoutant à l'eau distillée quelques gouttes d'un acide tels que les acides azotique, sulfurique, chlorhydrique, en quantité assez faible pour que ni la densité ni la température d'ébullition n'éprouvent de modification sensible, on constate que la vitesse du transport est réduite à une fraction de sa valeur souvent inférieure à 1/50. Les alcalis tels que la potasse, la soude ou l'ammoniaque, employés en quantités très faibles, produisent le même effet. Il en est de même des solutions salines neutres, comme celles de sulfate de sodium par exemple ; l'addition à l'eau distillée de quelques centièmes d'une solution saturée de chlorhydrate d'ammoniaque réduit la

quantité entraînée à moins de 1/30 de sa valeur. De là les effets différents observés dans des tubes de diverses espèces de verre et qui tiennent à la dissolution par l'eau dstiillée d'une quantité d'alcali minime, mais suffisante cependant pour modifier profondément la vitesse de transport du liquide.

Si l'on soumet à l'action de la décharge un mélange homogène de deux liquides, l'action de l'électricité en détermine la séparation partielle ; ils passent en proportions qui ne sont en rapport, ni avec leur volatilité, ni avec leur conductibilité. En opérant sur un mélange d'alcool et d'eau, on recueille par entraînement un liquide moins riche en alcool que le résidu.

***

Ainsi se trouve posée la question de savoir si le liquide entraîné à travers une cloison poreuse conserve ou non sa composition initiale. Elle a été abordée par Hittorf[1], dont l'attention avait été attirée sur ce point par l'obtention de valeurs différentes pour les nombres de transport des ions suivant que l'appareil employé contenait ou non des diaphragmes donnant lieu à des phénomènes électroosmotiques.

On plaçait le liquide à étudier en deux récipients de verre à section carrée s'emboîtant l'un dans l'autre (*fig. 5*). La partie inférieure, plus large, contenait une anode en cadmium. Le vase supérieur, légèrement plus étroit et dont le fond formait diaphragme, contenait la cathode constituée par du mercure, lorsqu'il s'agissait

---

[1] Hittorf, *Archives Néerlandaises des Sciences Exactes et Naturelles*, [2], **6**, 671, 1901.

d'un sel de cadmium, et pour tout autre sel par une bande de platine enroulée en spirale baignant dans une couche d'acide dilué. Si l'électroosmose fait passer une solution plus ou moins diluée que le liquide initial, on voit à l'œil nu, et mieux encore en regardant à la lunette, des filets liquides quitter la cloison séparatrice et se répandre dans la solution environnante. Rien de pareil n'apparaît lorsque la solution qui traverse conserve sa composition primitive.

Tous les sels de métaux bivalents étudiés, notamment $Cd\,Cl^2$, $Ba\,Cl^2$, $Ca\,Cl^2$, $Mg\,Cl^2$, $So^4\,Cu$, fournirent avec une membrane intestinale des filets très marqués qui disparurent lorsque celle-ci fut remplacée par une plaque d'argile.

Les chlorures de potassium, de sodium, d'ammonium, de lithium et les combinaisons des métaux alcalins avec l'iode et avec les acides azotique et acétique ne donnèrent avec la même membrane aucun filet ; mais cette propriété ne put être reliée à la monovalence, car le thalium et l'argent en produisirent de très nets, tant ascendants que descendants, lorsqu'on soumit à l'expérience une solution de leur azotate. Les acides chlorhydrique et azotique libres en fournissent aussi.

***

Wiedemann avait déjà remarqué[1] que la quantité de liquide transporté dans un intervalle donné par un même courant va en croissant avec le temps. Il attribua cette variation à une érosion lente du diaphragme par le liquide violemment entraîné à travers les tubes capillaires

---

[1] Wiedemann, *loc. cit.*, p. 330.

de la cloison. Van der Ven[1] eut l'idée qu'elle pourrait être due au transport des ions qui, en concentrant la solution à l'anode et la diluant à la cathode, créerait une pression hydrostatique s'ajoutant à l'effet du courant. Et il constata effectivement qu'après avoir laissé celui-ci circuler pendant 15 quarts d'heure à travers une solution de sulfate de cuivre à $10\,^0/_0$ — densité 1,064 — remplissant un appareil similaire à celui de Wiedemann, la densité anodique — à l'extérieur du vase poreux — était devenue 1,069, tandis qu'elle était tombée à 1,021 pour la solution cathodique à l'intérieur du vase poreux[2]. Pendant ce temps, 33gr 145 de liquide avaient été recueillis.

On peut, au point de vue du liquide chassé à travers la paroi, remplacer une variation de densité à niveaux constants par une variation à densité constante du niveau extérieur. En d'autres termes, il revient au même, du point de vue qui nous occupe, de substituer à la solution extérieure finale une autre de densité 1,021 s'élevant à 15cm 72 au dessus du fond du vase, hauteur égale à celle du liquide cathodique 15cm 00 multipliée par le rapport $\frac{1069}{1021} = 1{,}048$ des deux densités.

Cette valeur finale de la surpression n'a point agi pendant toute la durée du passage du courant mais a été atteinte progressivement. Supposons, en première approximation, qu'elle l'ait été proportionnellement au temps. Nous pourrons alors remplacer sa variation continue par une surpression constante agissant pendant le même intervalle de temps et égale à 0 cm 36, moyenne entre la valeur initiale 0 et la valeur finale 0 cm 72.

---

[1] Van der Ven, *loc. cit.*, [2], Vol. **8**, 1902-03, pp. 93 et suiv.

[2] Freund, *Wied. Ann.*, **7**, 44, 1879, avait déjà constaté pour bon nombre de solutions [SO^4Cu, SO^4Zn, $(NO^3)^2Cu$, $(NO^3)^2Zn$ entre autres] cette variation des deux concentrations.

Ceci ayant été fait, on recueillit en 15 quarts d'heure et sous sa seule action en l'absence du courant électrique $8^{gr}.45$ de liquide.

On avait constaté lors du passage du courant une différence de $1^{gr}.015$ entre le liquide écoulé pendant le dernier et le premier quart d'heure. La différence, si elle est réellement due à la cause à laquelle nous essayons de l'attribuer, a dû être, puisque nous avons admis la proportionnalité de la surpression au temps, de $1{,}015.\frac{14}{15}$ entre l'avant-dernier et le premier quart d'heure, de $1{,}015.\frac{13}{15}$ entre l'antépénultième et le premier et ainsi de suite. Il se serait donc écoulé, si notre interprétation est juste :

$$1{,}015 + 1{,}015.\frac{14}{15} + 1{,}015.\frac{13}{15} + \ldots\ldots + 1{,}015.\frac{1}{15} = 8^{gr}.12$$

par simple action hydrostatique indépendante de tout entraînement électrique. Or, ce résultat concorde parfaitement avec le nombre de $8^{gr}.45$ trouvé pour la surpression agissant seule. De plus, en retranchant du transport effectif constaté en chaque quart d'heure de passage du courant l'écoulement hydrostatique correspondant, on obtient un transport électrique réel constant pour les 15 quarts d'heure aux erreurs d'expérience près.

L'hypothèse est donc vérifiée. Sur les $33^{gr}.145$ recueillis, $8^{gr}.12$, c'est-à-dire 25 % à peu près, ne sont pas attribuables à l'électroosmose. La correction est importante.

Mais, par suite de l'écoulement même du liquide cathodique, la variation des densités n'est pas rigoureusement proportionnelle au temps et Van der Ven substitua à sa première approximation un calcul plus exact. Ayant eu à l'appliquer dans mes expériences, on en trouvera

l'exposé complet au chapitre suivant. Je n'insisterai pas davantage sur l'appareil employé — modification heureuse de celui de Wiedemann — celui dont je me suis servi et dont on trouvera plus loin la description détaillée s'en rapprochant tout à fait.

Van der Ven a étudié[1] le transport des solutions aqueuses de 16 sels différents à travers une cloison en argile poreuse (vase de pile). Les principaux résultats nouveaux de ses très remarquables travaux sont au nombre de deux :

1) *Les sels dont les solutions sont transportées de la cathode vers l'anode sont, contrairement à ce que l'on croyait, plus nombreux que ceux entraînés de l'électrode positive vers l'électrode négative. Il semble que tous les sels d'une même classe soient entraînés dans le même sens. Ainsi tous les sulfates étudiés* (*Cu, Zn, Ni, ferreux et ferrique*) *présentent un entrainement positif. De même le chromate et le bichromate de potassium. Tous les azotates, au contraire,* (*Cu, Zn, Pb, Ni, Fe*), *donnent un transport en sens inverse*[2], *ainsi que les chlorures* (*Zn, Ni, ferrique*) *et l'acétate de plomb.*

2) *Pour tous les sels étudiés, les poids des solutions transportés dans l'unité de temps par un courant électrique d'intensité donnée sont en raison inverse du poids de sel*[3] *contenu dans l'unité de volume.*

---

[1] Voir pour la bibliographie, note 2, page 8.

[2] C'est bien ce que j'ai constaté pour l'azotate de cuivre. Il a cependant été rappelé (voir note 2, page 9) qu'une première série d'expériences avait fourni à Van der Ven un transport positif pour $(NO^3)^2$ Cu et Freund. — *Wied. Ann.*, 7, 44, 1879 — a lui aussi obtenu, avec cloison d'argile également, un transport positif pour $(NO^3)^2$ Cu et $(NO^3)^2$ Zn.

[3] Cristallisé, par exemple SO^4 Cu, $5H^2O$.

***

Disons pour mémoire qu'il a été proposé d'appliquer l'électroosmose au séchage de la tourbe et autres corps poreux. Le comte von Schwerin[1] a étudié la méthode au point de vue pratique et Nernst[2] au point de vue de la théorie. Je ne pense pas qu'elle soit jamais entré dans le domaine de l'industrie.

II. — Théorie

Un grand nombre de théories ont été mises en avant pour expliquer ces phénomènes.

Les premiers expérimentateurs, ne connaissant que le transport de l'anode vers la cathode, et interprétant le courant comme une circulation simultanée et en sens inverses des deux électricités, voulurent y voir une adhérence particulière du fluide positif à la matière[3], adhérence que le fluide négatif ne possèderait pas. Sans aller plus loin, on voit que la découverte du transport en sens inverse a complètement ruiné cette manière de voir.

Pour Raoult[4], toute dissolution dans l'eau d'un acide, d'un alcali ou d'un sel, est une véritable combinaison du corps dissous avec le solvant, combinaison dans laquelle l'eau joue tantôt le rôle d'élément électronégatif, tantôt celui d'élément électropositif. Le passage du courant

---

[1] Graf von Schwerin, *Zeitschr. f. Elektrochemie*, **9**, 739, 1903.

[2] Nernst, *Verh d. d. phys. Ges.*, **11**, 112, 1909.

[3] Becquerel, *Traité de l'électricité et du magnétisme*, **3**, 101, 1835.

[4] Raoult, *Compt. Rend.*, **36**, 826, 1853.

rompant la combinaison, l'eau et le corps dissous remis en liberté se dirigeront chacun vers l'une des électrodes et le liquide se séparera ainsi en deux parties : l'une formée d'eau pure, l'autre contenant toute la substance dissoute. On voit mal comment cette théorie, qui superpose à l'électrolyse du corps dissous une deuxième électrolyse concomitante d'une combinaison solvant-corps dissous, pourrait faire intervenir dans cette dernière la concentration de la solution.

Une explication basée sur les ions hydratés a été proposée par Graham [1] : l'anion et le cation s'unissent chacun à un nombre différent de molécules d'eau, les entraînent dans leur mouvement et les libèrent en se déchargeant au contact des électrodes. Mais cette théorie comme la précédente conduit à un transport indépendant de la concentration.

Matteucci [2], ayant constaté après le passage du courant une réaction alcaline du liquide autour de l'électrode négative et une réaction acide de celui autour de l'électrode positive, ne voit dans le transport électrique qu'un simple phénomène d'osmose d'un liquide acide à un liquide alcalin. Cette explication ne peut se soutenir. L'osmose simple que l'on constate dans ces conditions après arrêt du courant est, en effet, de l'aveu même de Matteucci, minime par rapport à la quantité transportée pendant son passage. Il suffit de plus d'inverser le courant pour changer aussitôt le sens de l'entraînement et voir immédiatement le transport se produire du liquide alcalin vers le liquide acide.

---

[1] Graham, *Philosophical Magazine*, [2], **8**, 151, 1854.

[2] Matteucci, *Compt. Rend.*, **51**, 914, 1860.

Neyreneuf[1] insinue, sans cependant avoir l'air d'y croire beaucoup, qu'il ne serait peut-être pas, à la rigueur, impossible d'attribuer le transport électrique des liquides à des dégagements gazeux : « par l'électrolyse même des liquides comme on l'a constaté pour des mouvements produits par le mercure. » Or, il n'y a certainement aucun dégagement de cette nature dans le cas particulier du sulfate de cuivre avec électrodes de même métal par exemple, qui donne cependant un entraînement remarquable. Quant à la mise en liberté de gaz dissous — comme la phrase sur le mercure semble vouloir l'indiquer — il n'y faut pas songer : les deux compartiments anodique et cathodique sont ouverts à l'air libre et un dégagement de cette importance ne saurait en aucun cas passer inaperçu.

Je passerai sous silence les théories peu vraisemblables de Weiske[2] et d'Edlund[3] dont l'exposé nous entraînerait trop loin, pour arriver enfin aux deux seules dignes d'intérêt : celle de Wiedemann et celle de Quincke-Helmholtz.

Pour Wiedemann[4], chaque élément de volume *dv* d'un corps faisant partie d'un circuit électrique est soumis de la part du courant à une force proportionnelle à son intensité et à *dv*, dirigée dans son sens et variable avec la nature du conducteur. Cette force, dont les effets sont empêchés dans les solides par la rigidité, peut dans les

---

[1] Neyreneuf, *Ann. de Chim. et de Phys.*, [5], **2**, 473, 1874. La phrase citée se trouve à la page 486.

[2] Weiske, *Pogg. Ann.*, **103**, 485, 1858.

[3] Edlund, *Ann. de Chim. et de Phys.*, [4], **28**, 201, 1873.

[4] Wiedemann, *loc. cit.*, pp. 321 et suiv., 348 et suiv. et aussi *Pogg. Ann.*, **99**, 177, 1856, aux pages 210 et 211.

liquides être mise en évidence grâce à l'interposition de cloisons poreuses qui permettront à la masse entraînée de les traverser tout en gênant suffisamment son reflux. C'est en somme l'idée primitive de Becquerel adaptée à la théorie d'un courant par circulation d'électricité positive seule. Formulée d'ailleurs à une époque (1852) où le transport de la cathode vers l'anode — avec lequel elle cadre mal — était encore inconnu, cette hypothèse paraît par la suite avoir été abandonnée par son auteur, qui n'en fait aucune mention dans son grand ouvrage : *Die Lehre von der Elektricität*[1], où la théorie de Quincke domine l'exposition.

Quincke[2] voit, au contraire, la cause du phénomène dans une électrisation de contact développée de part et d'autre de la surface séparatrice du liquide et de la paroi. Dans son mémoire sur les couches doubles, Helmholtz[3] a explicité mathématiquement cette conception. A son raisonnement, nous substituerons celui beaucoup plus simple et plus élégant donné par M. J. Perrin[4] que je cite textuellement :

« Imaginons un tube capillaire creusé dans la subs-
» tance qu'on étudie, faisant communiquer deux masses
» liquides de même niveau maintenu constant, en sorte
» que l'écoulement du liquide ne sera contrarié par
» aucune pression hydrostatique appréciable. Réalisons
» un champ électrique parallèle à l'axe du tube et sup-
» posons qu'on ait atteint l'état de régime permanent, le
» liquide intérieur au tube s'écoulant avec une vitesse

---

[1] J'ai eu entre les mains la deuxième édition publiée en 1893.

[2] Quincke, *loc. cit.*, pp. 583 et suiv.

[3] Helmholtz, *loc. cit.*

[4] J. Perrin, *loc. cit.*, pp. 606-607.

» uniforme v. Nous admettrons qu'à ce moment l'une » des deux couches électriques en regard est adhérente » à la paroi. Quant à l'autre couche, qui vraisemblablement » a une certaine épaisseur (en raison des chocs » moléculaires qui déplacent incessamment les centres » chargés), elle a même influence motrice qu'aurait une » couche infiniment mince, de même charge, située à » une distance d de la paroi, se mouvant avec la vitesse » uniforme v et entraînant avec cette même vitesse tout » le reste du liquide intérieur au tube, sur lequel n'agit, » en effet, aucune force antagoniste. Si H est le champ » électrique et σ la densité électrique de la couche, la » force appliquée par unité de surface à cette couche est » σH, et l'on a, par application de la loi qui définit le » coefficient η de frottement intérieur :

$$\sigma H = \eta \frac{v}{d}$$

» Si, d'autre part, on a mesuré le volume U du liquide » débité par unité de temps au travers du tube, la vitesse v » est déterminée par l'équation :

$$\pi r^2 v = U$$

» d'où résulte :

$$\sigma d = \frac{\eta}{\pi r^2} \frac{U}{H}$$

» Soit K le pouvoir inducteur spécifique du liquide[1] ; » si nous désignons par ε la différence de potentiel $\frac{1}{K} 4\pi\sigma d$

---

[1] Helmholtz, comme le remarque M. Grumbach (*Thèse*, Paris, 1911, p. 9), suppose que tous les phénomènes se passent à des distances de l'ordre intermoléculaire, aussi ne fait-il pas figurer la constante dielectrique du liquide, pas plus qu'en électrocapillarité. Il faudrait donc écrire $\varepsilon = 4\pi\sigma d$.

» entre la face immobile et la face mobile de la couche,
» on aura :

$$\varepsilon = \frac{4\pi}{K}\frac{\eta}{\pi r^2}\frac{U}{H} \text{ »,}$$

ou encore

$$U = \frac{K\varepsilon\rho}{4\pi\eta} J$$

puisque le champ H à l'intérieur d'une colonne liquide cylindrique de rayon r, de résistivité ρ, parcourue par le courant J, s'exprime par

$$H = \frac{J\rho}{\pi r^2}$$

M. Perrin et Helmholtz ne sont pas d'accord sur le mécanisme de formation de la couche double.

L'écoulement d'un liquide le long d'une paroi solide qu'il mouille constitue pour le second un cas très général d'électrisation : le simple contact de deux corps — quelle que soit leur nature — y suffit, et les électricités ainsi produites se répandent en couche mince de part et d'autre de la surface de séparation sans pouvoir, malgré la communication existant entre leurs supports, se neutraliser.

M. Perrin se refuse à classer dans un groupe unique tous les cas d'électrisation au contact et propose, pour celui qui nous occupe, l'intéressante explication que voici.

De très nombreuses expériences montrent que les liquides à grand pouvoir inducteur spécifique — en d'autres termes les liquides ionisants — sont seuls à donner une électroosmose importante. Ce sont donc les

seuls à s'électriser fortement par contact. De plus, des impuretés minimes, si elles sont capables d'y fournir des ions, influent beaucoup sur cette électrisation. Le rôle des ions y est donc évident.

Ceci admis, prenons par exemple une solution contenant de l'acide chlorhydrique, c'est-à dire des ions H^+ et des ions Cl^-. Supposons les deux ions d'inégale grosseur, l'ion H^+ étant le plus petit. Les ions de chaque sorte diffuseront, comme les molécules d'un gaz, à l'intérieur de la surface qui limite le liquide, mais le centre d'un ion Cl^- ne pourra s'approcher aussi près de cette surface que le centre d'un ion H^+. Comme les deux ions transportent la même charge électrique, il se formera sur le pourtour du liquide une pellicule contenant un excès d'électricité positive, la couche sous-jacente contenant l'excès correspondant d'électricité négative. Il suffit maintenant d'admettre l'adhérence à la paroi de la couche liquide contiguë, tandis que les ions Cl^- assez éloignés éprouveront, sous l'action du moindre champ, un glissement tangentiel, pour avoir une électrisation de contact uniquement empruntée au liquide. On pourrait, de plus, pour une plus haute approximation, tenir compte de forces du genre adhésion exercées entre la substance extérieure et les différents ions du liquide, pour faire jouer un rôle à la nature de la paroi.

Mais quelle que soit l'importance de ce rôle, il ne peut aller jusqu'à changer le sens de l'électrisation. Un liquide donné *impose*, avec cette manière de voir, une électrisation de même sens à *tous* les diaphragmes au contact desquels on viendrait à le placer. Or, M. Perrin a trouvé une électrisation positive de divers corps par tous les acides, y compris SO^4H^2 et NO^3H. Wiedemann constate

pour ces deux derniers un transport dans le sens positif[1] et Quincke note[2] que l'entraînement de la térébenthine change de sens avec la nature de la paroi : négatif dans le verre, la gomme laque et l'argile, il devient positif à travers le soufre. De même le sulfure de carbone, qui se déplace positivement au contact du verre, se meut en sens inverse dans un verre de qualité particulière. Toutes ces inversions peuvent-elles s'expliquer, comme M. Perrin l'a fait pour d'autres, par une faible solubilité du diaphragme ?

***

Lamb[3] a donné de la théorie de Quincke une variante, en admettant, contrairement aux conclusions de Helmholtz, qu'un solide oppose au glissement d'un fluide en contact avec lui une résistance très grande, mais non infinie[4]. Ses résultats diffèrent constamment de ceux de Helmholtz par un même facteur $\frac{l}{d}$, expression dans laquelle l représente une grandeur linéaire mesurant le glissement et d conserve la signification que nous lui avons précédemment attribuée. De la confrontation avec les résultats expérimentaux de Wiedemann, Helmholtz

---

[1] Wiedemann, *Pogg Ann.*, **99**, 177, 1856, aux pages 198-201 et 207.

[2] Quincke, *loc. cit.*, pp. 561-565.

[3] Lamb, *Phil. Mag.*, [5], **25**, 52, 1888.

[4] Soit β le coefficient de frottement de la couche liquide superficielle glissant le long de la paroi avec la même vitesse v que le reste du liquide On a pour cette couche $\beta v = \sigma H = \frac{\sigma J \rho}{\pi r^2}$. D'où $U = \pi r^2 v = \frac{\sigma J \rho}{\beta} = \frac{\varepsilon \rho}{4\pi\beta d} J = \frac{\varepsilon \rho}{4\pi\eta} \frac{l}{d} J$, en posant $l = \frac{\eta}{\beta}$. Lamb, comme Helmholtz, écrit $\varepsilon = 4\pi\sigma d$.

déduira par exemple que, pour une certaine solution de SO^4Cu en contact avec la paroi d'un vase poreux en argile, l'on a, D désignant la force électromotrice d'un élément Daniell et E la différence de potentiel au contact,

$$\frac{E}{D} = 1{,}77$$

Lamb conclut à son tour que

$$\frac{E}{D} \cdot \frac{l}{d} = 1{,}77$$

Ce résultat est intéressant parce qu'il permet aux phénomènes de subsister même pour de très petites valeurs de E pourvu que $\frac{l}{d}$ soit suffisamment grand. Comme d est de l'ordre des grandeurs moléculaires (probablement de l'ordre de 10^{-8}cm), l peut demeurer assez petit pour rendre l'effet du glissement complètement insensible dans l'écoulement capillaire, où la pression entraînant le liquide est beaucoup moindre que les forces mises en jeu dans l'électroosmose.

Ni l ni d ne nous étant connu, l'expérience ne permet pas de choisir, dans le cas de l'entraînement dans un tube capillaire cylindrique et rectiligne, entre les idées de Helmholtz et celles de Lamb. Pour trancher la question, Mme Smoluchowski[1] a entrepris d'établir la formule du débit électroosmotique dans le cas tout à fait général d'un diaphragme à canaux capillaires quelconques, mais la même concordance a continué à se maintenir jusqu'au bout. L'indécision demeure donc entière.

---

[1] Smoluchowski, *Bulletin international de l'Acad. des Sc. de Cracovie*, **3**, 182, 1903.

***

Nous avons vu Wiedemann faire agir la force entraînante en tout point de la masse liquide et Quincke la placer sur son pourtour seulement. Entre ces deux conceptions y a-t-il moyen de décider ? La variation du débit avec le rayon peut nous le fournir et M. Perrin y voit une condamnation définitive de la première de ces hypothèses. Il a très probablement raison, quoique la discussion, qui suit, des expériences de Quincke sur ce point, fasse voir qu'elles ne sont peut-être pas aussi concluantes qu'on l'a cru jusqu'à présent.

« Quincke réussit, dit M. Perrin[1], à produire l'osmose électrique en réduisant le diaphragme à un tube capillaire unique. Il retrouva dans ce cas schématique les lois signalées par Wiedemann. Il rechercha, de plus, quelle surpression Δh équilibre exactement les forces productrices d'osmose et trouva que Δh est inversement proportionnel au carré du diamètre du tube employé.

» Or, s'il y a équilibre, c'est que le volume qui serait débité par effet de la surpression Δh agissant seule, égale celui qui serait débité en sens inverse par les forces électriques agissant seules ; d'où résulte, par une application simple de la loi de Poiseuille, que le débit par osmose électrique est proportionnel au carré du diamètre.

---

[1] J. Perrin, *loc. cit.*, p. 605.

» Quincke n'aperçut pas cette conséquence de ses » expériences. Même à présent, je ne sais si on a signalé » que ce résultat ruine l'hypothèse de Wiedemann, selon » laquelle l'osmose électrique résulterait d'une traction » exercée sur chaque élément de volume traversé par le » courant. Un calcul simple, très analogue à celui qui » permet de retrouver la loi de Poiseuille, en sorte qu'il » est inutile de le donner ici, montre en effet qu'alors le » débit par osmose électrique serait proportionnel à la » quatrième puissance du diamètre. Puisque cela est » faux, l'hypothèse est inadmissible. »

Et voici ce que nous lisons dans le mémoire de Quincke[1] :

J = intensité du courant en divisions de l'échelle du galvanomètre.

Δh = dénivellation produite par le courant J, mesurée suivant l'axe du tube capillaire en divisions du micromètre de l'objectif du microscope[2], dont chacune équivaut à $\frac{1}{22,9}$ de millimètre.

n = nombre des éléments Grove employés dans chaque expérience.

$2r$ = diamètre du tube dans la portion parcourue par le courant.

2 R = diamètre du tube pour la partie où se produit la dénivellation.

L = longueur de la colonne liquide traversée par le courant.

φ = angle du tube avec l'horizontale.

Temp. = température.

---

[1] Quincke, *loc. cit.*, p. 541.

[2] Voir p. 14 et suiv. la description de ces expériences.

La première colonne contient une numérotation des expériences pour faciliter le langage ultérieur.

N°	L	$2r$	2R	φ	Temp.	n	J	Δh	$10^{-4}\,b$	$10^{-2}\frac{\Delta h}{JL}\sin\varphi$	$10^{-6}r^4\frac{\Delta h}{JL}\sin\varphi$
	mm.	mm.	mm.								
1	96	0,376	0,376	9° 6′,5	17°, 9	81	4,54	20,15	0,6066	0,73188	0,9143
2	»	»	»	8° 52′, 8	16°, 3	78	2,5	19,508	0,5947	1,25473	1,5674
3	»	»	»	8° 49′,7	15°	78	10,65	18,075	0,5546	0,27133	0,3388
4	100	0,897	0,897	4° 26′,5	15°, 8	78	15,4	7,335	0,6398	0,03689	1,4925
5	»	»	»	5° 14′	16°, 5	78	19,4	5,850	0,6011	0,02751	1,1129
6	»	»	»	5° 26′,5	14°, 1	80	20.6	5,875	0,5969	0,02705	1,0943
7	305	1,775	0,376	8° 49′,7	15°	78	47,1	0,940	0,6443	0,00100	0,6231
8	230	1,888	1,888	2° 38′,5	16°	78	37,1	2,385	0,5486	0,00127	1,0068
9	230	1,990	1,888	2° 38′,5	16°	78	32,9	2,310	0,5901	0,00141	1,3790
								Moyenne.....	0,5974	0,26145	1,0588
								Ecart maximum de la moyenne....	(N° 2) 380°/₀		(N° 3) 68°/₀

« Supposons la dénivellation Δh inversement proportionnelle, à force électromotrice constante, au carré du rayon. La dénivellation, mesurée suivant la verticale, à laquelle la force électromotrice d'un élément Grove porterait l'eau dans un tube de rayon égal à 1 millimètre, serait alors donnée, en millimètres également, par la relation

$$b = \frac{1}{22,9}\,\frac{r^2}{n}\,\Delta h \sin\varphi$$

» On trouvera dans la dernière colonne[1] les valeurs de b déduites des expériences précédentes. Elles sont constantes, comme si la dénivellation était réellement, pour une même force électromotrice, en raison inverse du carré du rayon.

---

[1] Actuellement l'antépénultième, les deux dernières ayant été ajoutées par moi.

» Je ferai cependant remarquer que cette loi pourrait » peut-être ne plus se vérifier pour des tubes à diamètre » plus important et dans des circonstances autres que » celles où j'ai opéré, puisqu'elle exprime simplement » que la force électromotrice d'un élément Grove envoie » à travers un tube en verre de 1 millimètre de rayon, » exactement autant d'eau en l'unité de temps qu'une » colonne du même liquide, de hauteur b, en ferait pas- » ser pendant le même intervalle sous l'action de son » propre poids. Or, cette dernière quantité dépend, » comme l'ont montré les travaux de Hagen[1], de Poi- » seuille[2], de Hagenbach[3] et d'autres encore, d'un très » grand nombre de choses, de sorte que l'on se trouve, » dans ces expériences de transport par électricité dyna- » mique, en face de phénomènes excessivement compli- » qués. ».

Reprenons l'idée de Wiedemann.

Considérons un tube capillaire cylindrique, rectiligne et horizontal, de longueur L, de rayon r, rempli de liquide parcouru par un courant J. Soit f la force qui sollicite l'unité de volume dans la direction du courant. Elle est en chaque point uniquement fonction de la nature du liquide et de la densité de courant qui y règne et aura, par suite, une même valeur dans tout l'intérieur du tube. Nous pouvons donc considérer f comme une constante pour un liquide et un courant donnés.

Prenons pour axe des x l'axe du tube et considérons une couronne cylindrique de hauteur dx et d'épaisseur

---

[1] *Pogg. Ann.*, **46**, 423, 1839. *Abhandl. der Berl. Akad.*, 1854.

[2] *Ann. de Chimie*, 3e série, **7**, 50, 1843. *Pogg. Ann.*, **58**, 424.

[3] *Pogg. Ann.*, **109**, 385, 1860.

dx. Les forces normales s'équilibrent puisqu'elle ne monte ni ne descend. Il n'y a lieu à considérer que les forces tangentielles, c'est-à-dire f et celles qui résultent de la viscosité.

Sous l'action de f, le volume $2\pi r\,dr\,dx$ est sollicité dans le sens du courant par la force

$$2\pi\, rf\, dr\, dx$$

D'autre part, les forces de frottement, évaluées dans le même sens, seront, v désignant la vitesse en chaque point et η le coefficient de frottement intérieur,

$$2\pi\eta\, dx\, dr\, \frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dv}{dr}\right)$$

La vitesse de chaque couche est constante puisqu'il y a régime. La somme des forces, évaluées dans un même sens, est nulle. On a donc :

$$2\pi fr\, dx\, dr + 2\pi\eta\, dx\, dr\, \frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dv}{dr}\right) = 0$$

ou

$$f = -\frac{\eta}{r}\,\frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dv}{dr}\right)$$

Nous retrouvons l'équation de Poiseuille

$$-\frac{\eta}{r}\,\frac{p_0}{L} = \frac{d}{dr}\left(r\,\frac{dv}{dr}\right)$$

à cela près que $\frac{p_0}{L}$ est ici remplacé par f. Nous n'aurons donc, pour avoir le débit par osmose électrique, qu'à remplacer dans celui de Poiseuille $\frac{p_0}{L}$ par f, ce qui donne

$$U = \frac{\pi}{8\eta}\, r^4 f$$

Comme f est une traction exercée par le courant et comme le débit par osmose électrique est, d'après les expériences, proportionnel à la première puissance de J, il faudra poser

$$f = AJ$$

A étant un coefficient qui dépendra de la nature du liquide.

Il vient donc en définitive

$$U = \frac{\pi A}{8\eta} r^4 J \qquad (1)$$

Le débit est, à intensité constante, proportionnel à la quatrième puissance du rayon.

Mais J est fonction de r. Explicitons-le.

Soit E la force électromotrice appliquée au circuit, R les résistances autres que celle de la colonne liquide, ρ la résistivité et L la longueur de cette dernière. La loi d'Ohm donne

$$J = \frac{E}{R + \frac{L\rho}{\pi r^2}}$$

Ce qui porté dans (1) donne

$$U = \frac{\pi AE}{8\eta} \cdot \frac{r^4}{R + \frac{L\rho}{\pi r^2}} \qquad (1\ bis)$$

Trois cas sont à distinguer suivant que la résistance de la colonne liquide est négligeable devant celle du circuit restant, ou qu'inversement R est petit par rapport à $\frac{L\rho}{\pi r^2}$, ou, enfin, que ces deux quantités sont du même ordre de grandeur.

α) Si $\frac{L\rho}{\pi r^2}$ est négligeable devant R le débit

$$U = \frac{\pi AE}{8\eta R} r^4$$

est proportionnel à la quatrième puissance du rayon[1] et ne dépend pas de L.

β) Si c'est R qui est négligeable devant $\frac{L\rho}{\pi r^2}$ il vient

$$U = \frac{\pi^2 AE}{8\eta\rho} \cdot \frac{r^6}{L}$$

Le débit est devenu proportionnel à la sixième puissance du rayon et nous voyons apparaître au dénominateur la longueur du tube capillaire.

γ) Enfin si R et $\frac{L\rho}{\pi r^2}$ sont du même ordre de grandeur,

---

[1] Il est à remarquer que tel est, en général, le cas avec un appareil de Wiedemann et un liquide de résistance moyenne. Un diaphragme est, en effet, constitué par n tubes capillaires disposés en dérivation entre les faces d'entrée et de sortie du courant. Supposons, pour simplifier l'écriture, ces tubes identiques. La résistance du circuit sera $R + \frac{L\rho}{n\pi r^2}$. Or, n est tellement grand que $\frac{L\rho}{n\pi r^2}$ devient négligeable, même devant une valeur relativement petite de R.

Prenons, pour fixer les idées, $L = 0^{cm}5$, $r = 3^{cm}$ et la hauteur du vase poreux $h = 16^{cm}$. L'ouverture des pores occupant environ un tiers de la surface latérale S on aura $n\pi r^2 = \frac{1}{3} S = \frac{1}{3} \times 2 \times 3{,}14 \times 3 \times 16 = 100$ et $\frac{L}{n\pi r^2} = \frac{1}{200}$. Pour une solution à 10 °/₀ environ de sulfate de cuivre ρ est de l'ordre de 30 ohms, ce qui donne $\frac{L\rho}{n\pi r^2} = \frac{30}{200} = 0^{ohm}15$. En aucun cas, la résistance extérieure R ne peut devenir négligeable devant un pareil terme.

le débit dépend de r par la relation complexe (1 *bis*) ; il n'est point indépendant non plus de la longueur du tube soumis à l'expérimentation.

Remarquons, de plus, que si l'on applique une même force électromotrice pour étudier l'influence du rayon sur le débit, il convient, pour avoir des résultats comparables, d'opérer à résistance extérieure constante si l'on s'est placé dans le cas α, à longueur constante du tube capillaire si l'on s'est placé dans le cas β, ou de maintenir à la fois ces deux grandeurs invariables si l'on se trouve dans le cas γ.

L'hypothèse Quincke-Helmholtz conduit au débit [1]

$$U = \frac{K\varepsilon\rho}{4\pi\eta} J \qquad (2)$$

ou encore, puisque $J = \dfrac{E}{R + \dfrac{L\rho}{\pi r^2}}$,

$$U = \frac{K\varepsilon\rho E}{4\pi\eta} \cdot \frac{1}{R + \dfrac{L\rho}{\pi r^2}} \qquad (2\ bis)$$

Trois cas sont à distinguer ici également :

α) Si R est très grand par rapport à la résistance de la colonne liquide

$$U = \frac{K\varepsilon\rho}{4\pi\eta} \frac{E}{R}$$

le débit devient indépendant des dimensions du tube.

β) Si R est au contraire négligeable devant $\dfrac{L\rho}{\pi r^2}$ l'on aura

$$U = \frac{K\varepsilon}{4\pi\eta} \cdot \frac{r^2}{L} \cdot E$$

---

[1] Voir pages 30-32 l'établissement de cette formule.

le débit, proportionnel au carré du rayon, varie en raison inverse de la longueur du tube et la résistance du liquide cesse d'y figurer.

γ) Si, enfin, R et $\frac{L\rho}{\pi r^2}$ sont du même ordre de grandeur, le débit dépendra de r et de L suivant la relation complexe (2 *bis*).

Ici aussi, si l'on se sert d'une même force électromotrice pour étudier la variation de U avec r, il faudra s'astreindre à opérer à résistance extérieure constante, ou à longueur constante du tube capillaire, ou à maintenir invariables ces deux grandeurs à la fois, suivant que l'on se sera placé dans le cas α, dans le cas β, ou dans le cas γ ; ou bien encore, si l'on a fait varier ces grandeurs simultanément avec r, en tenir compte dans la formule à vérifier.

La constatation de Quincke : tout s'est passé dans ces expériences comme si la dénivellation variait réellement, à force électromotrice constante, en raison inverse du carré du rayon, ne cadrerait donc qu'avec le résultat de Helmholtz, et, encore, seulement si les résistances autres que celle de la colonne liquide avaient été, dans toutes les expériences dont Quincke fait usage pour tirer sa conclusion, négligeables par rapport à celle-ci.

Comme pour raisonner à force électromotrice constante il faudrait faire entrer en ligne de compte la résistance extérieure, sur laquelle le tableau de Quincke ne nous fait savoir qu'une chose — qu'elle n'est pas négligeable et varie dans de notables proportions d'une expérience à l'autre puisqu'une *même* force électromotrice, ou à fort peu de chose près, envoie dans les n° 1, 2 et 3, à travers une *même* colonne liquide un courant qui varie

du *simple* (n° 2) au *quadruple* (n° 3) en passant par le *double* (n° 1). — il est bien plus commode de discuter à intensité constante, pour commencer Nous pouvons, en effet, facilement déduire des dénivellations indiquées par Quincke, celles que produirait dans les neuf tubes un même courant, en nous basant sur la loi, vérifiée par cet auteur lui-même, que, dans un tube donné, la dénivellation est proportionnelle à l'intensité du courant qui le parcourt.

Afin de toujours opérer dans des conditions identiques, Quincke construisit pour étudier la variation de la dénivellation avec le rayon, des tubes formés de deux tronçons AB et BC (*fig.* 6), de diamètre différent. Chaque tronçon portait deux électrodes (P_1P_2, p_1p_2) servant à l'introduire dans le circuit à l'exclusion de son voisin. La dénivellation se produisait toujours, quel que fût le tronçon en activité, à l'extrémité du tube à plus petit diamètre. Ce dispositif était précieux. Il permettait d'opérer sur un même appareil — ce qui excluait toute variation par la nature de la paroi, — sur une même qualité d'eau - à condition d'expérimenter sur les deux tronçons sans laisser passer trop de temps entre les deux mesures pour ne pas permettre à la concentration en alcalis dissous aux dépens du verre de changer de l'une à l'autre, — et avait encore le grand avantage de mettre en jeu un ménisque toujours identique à lui-même. [1]

Seules des expériences entreprises dans de pareilles

---

[1] Quincke a en effet constaté (*loc. cit.*, p. 527) que la dénivellation est étroitement liée, et d'une manière déconcertante, à la forme et au diamètre du ménisque. Il introduisit par l'orifice d'un tube en activité une très mince baguette de verre de manière à la

conditions sont, sans discussion possible, concluantes. Malheureusement, dans le tableau précédent, Quincke lui-même le dit, il n'en figure pas plus de quatre, 3 et 7 d'une part, 8 et 9 de l'autre. Les deux tronçons 3 et 7 faisaient partie d'un même tube, ce que vérifie d'ailleurs l'inclinaison φ, et aussi la température, constantes pour les deux expériences. Il en était de même des tronçons 8 et 9. S'il ne nous est donc pas permis d'affirmer avec certitude absolue que ces quatre expériences sont toutes les quatre comparables entre elles - puisqu'effectuées sur *deux* tubes, — nous sommes néanmoins sûrs qu'elles le sont deux à deux et dans l'ordre indiqué, le n° 3 avec le n° 7, le n° 8 avec le n° 9.

Chacune des cinq autres expériences eut lieu sur un appareil différent.

Comparons entre elles 8 et 9.

D'après les vues de Wiedemann, le débit par osmose électrique serait proportionnel à la quatrième puissance du rayon du tube et indépendant de la longueur de ce dernier. La quantité $\frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi$ devrait donc, par le jeu de la loi de Poiseuille, avoir la même valeur dans les deux cas.

Nous trouvons :

$$\left(\frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi\right)_8 = 0{,}0000127 \qquad \left(\frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi\right)_9 = 0{,}0000141$$

---

faire légèrement pénétrer dans la portion de liquide qui mesurait la dénivellation. Celle-ci baissa de moitié. On voit donc qu'il est peut-être imprudent de déduire le débit électroosmotique par la loi de Poiseuille en tenant uniquement compte, pour des ménisques différents, de la hauteur de l'ascension.

L'écart est de 5,19 °/₀ de part et d'autre de la moyenne. Sans être brillante la vérification n'est pas mauvaise.

Dans la théorie de Helmholtz le débit est indépendant de r et de L. C'est donc $r^4 \frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi$ qui devrait être constant. Nous avons :

$$\left(r^4 \frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi\right)_8 = 0{,}000010068 \qquad \left(r^4 \frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi\right)_9 = 0{,}000013790$$

L'écart de part et d'autre de la moyenne est de 15,60 °/₀. La vérification est beaucoup moins bonne.

Passons aux n^os 3 et 7.

$$\left(\frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi\right)_3 = 0{,}0027133 \qquad \left(\frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi\right)_7 = 0{,}0000100$$

L'hypothèse de Wiedemann est nettement condamnée.

$$\left(r^4 \frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi\right)_3 = 0{,}000003388 \qquad \left(r^4 \frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi\right)_7 = 0{,}000006231$$

L'écart de part et d'autre de la moyenne est de 29.56 °/₀. Peut-on considérer cela comme une vérification ? Et que vaut au juste cette expérience, l'auteur nous ayant averti que les tronçons 3 et 7 n'étaient pas tout-à-fait du même verre [1] ?

Si maintenant nous comparons entre elles les neuf expériences qui figurent au tableau, non seulement $\frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi$ ne demeure pas constant de l'une à l'autre — il y a entre la valeur moyenne de cette expression et celle qui s'en

---

[1] Le verre des n^os 7, 8 et 9 différait légèrement de celui des autres expériences.

éloigne le plus (n° 2) un écart de 380 %. — mais $r^4 \frac{\Delta h}{JL} \sin \varphi$ varie également. On trouve entre la valeur moyenne de cette quantité et celle qui s'en éloigne le plus (n° 3) un écart de 68 %. La théorie de Quincke-Helmholtz en sort également compromise.

$\frac{\Delta h}{J} \sin \varphi$ est la dénivellation, mesurée sur la verticale, correspondant pour chaque tube au courant un. Or, malgré l'identité des dimensions de la colonne liquide, cette grandeur n'a pas la même valeur pour les trois premiers tubes. Les n° 4, 5 et 6 sont dans le même cas. Cela montre que le débit électroosmotique varie d'un tube à l'autre, soit par suite d'infimes changements dans la nature ou dans l'état de la paroi, soit parce que l'eau avait peut-être dissous aux dépens du verre une quantité d'alcali qui n'était pas la même pour toutes ces expériences. On sait — M. Perrin l'a entre autres particulièrement montré — combien sensible est le débit électroosmotique à la teneur de l'eau en ions basiques OH^- ; et Quincke lui-même avait eu à faire face au grave ennui de voir varier la dénivellation avec la durée du contact eau-verre [1], inconvénient auquel il n'a pu échapper qu'en ne comparant entre elles que des mesures effectuées à bref intervalle de temps.

Ne sont donc avec certitude comparables entre elles que des expériences effectuées sur un même tube et à des intervalles rapprochés. C'est pourquoi il conviendrait, me semble-t-il, d'éliminer du tableau de Quincke toutes celles qui ne l'ont point été dans ces conditions et de ne faire porter nos conclusions que sur les n^{os} 3 et 7, 8 et 9 com-

[1] Quincke, *loc. cit.*, pp. 519, 521-522, 536-538.

parés deux à deux dans l'ordre indiqué. Encore y aurait-il lieu à faire des réserves pour 3 et 7, vu le changement de verre d'un tronçon à l'autre.

Exprimons les mêmes choses à force électromotrice égale.

Si l'on compare entre elles les neuf expériences il est clair que l'on n'a point opéré à résistance extérieure négligeable puisqu'une *même* force électromotrice — 81 éléments Grove pour les n^os^ 1, et 78 pour les n^os^ 2 et 3 — envoie à travers la *même* colonne liquide un courant dont l'intensité varie du *simple* (n° 2) au *quadruple* (n° 3) en passant par le *double* (n° 1). Dans ces conditions, la proportionnalité du débit à r^2, qui découle de la constance de b, est contraire et à l'hypothèse de Wiedemann et à celle de Quincke et les condamne toutes les deux.

Si l'on convient de ne retenir, pour les raisons indiquées, que 3 et 7 pour les comparer entre elles, 8 et 9 pour en faire de même, les choses changent.

Nous ne connaissons pas la valeur de la résistance extérieure, mais nous pouvons nous rendre compte de son ordre de grandeur par le raisonnement suivant.

La force électromotrice E (78 éléments Grove) envoie dans le tube n° 3 un courant qui s'exprimerait, si la résistance extérieure était nulle, par

$$J_3 = \frac{E}{\frac{L_3 \rho}{\pi r_3^2}}$$

et dans le n° 7, dans les mêmes conditions

$$J_7 = \frac{E}{\frac{L_7 \rho}{\pi r_7^2}}$$

d'où

$$\frac{J_3}{J_7} = \frac{L_7}{L_3} \cdot \frac{r_3^2}{r_7^2} = 0{,}1425$$

Or, Quincke avait

$$\frac{J_3}{J_7} = \frac{10{,}65}{47{,}1} = 0{,}2261$$

Loin d'être négligeable la résistance extérieure n'était cependant pas énorme par rapport à celle de la colonne liquide. Si donc le débit ne doit pas varier dans la théorie de Helmholtz et dans ces conditions, proportionnellement à r^3 et la dénivellation en raison inverse de r^2, l'écart ne doit pas être très grand. Les valeurs de b, $b_3 = 0{,}0000\,5546$ et $b_7 = 0{,}0000\,6443$ le traduisent suffisamment.

Un même raisonnement peut s'appliquer aux n°s 8 et 9.

Reprenons de point en point ce que nous venons de dire, mais en considérant les choses du point de vue de Wiedemann.

Cette hypothèse exigerait dans les conditions où les expériences furent effectuées — résistance extérieure non négligeable mais pas très grande par rapport à celle de la colonne liquide — une variation approchée du débit en raison de r^6, c'est-à-dire la constance approximative de $r^{-4}b$. Cela n'a pas lieu si l'on retient les neuf expériences du tableau, ni si l'on compare les n°s 3 et 7 entre eux, mais la concordance devient très acceptable pour les n°s 8 et 9 envisagés seuls.

Voici une expérience sur l'alcool absolu[1]. Les deux observations qu'elle comporte ont été faites sur deux tronçons d'un même tube. Les chiffres qu'elle fournit ne sont naturellement pas comparables à ceux des neuf autres, mais les conclusions tirées de la comparaison des deux observations qui la composent peuvent, je crois, être mises en ligne à côté de celles déduites des essais sur l'eau, Quincke ayant montré que les deux liquides suivent, en ce qui concerne l'osmose électrique, des lois identiques sur tous les autres points.

N°	L	$2r$	$2R$	φ	Temp.	n	J	Δh	$10^{-4}\,b$	$10^{-2}\frac{\Delta h}{JL}\sin\varphi$	$10^{-5}\,r^4\frac{\Delta h}{JL}\sin\varphi$
	mm.	mm.	mm.								
1	101	0,527	0,527	4° 0′,5	18°, 4	80	1,69	12,865	0,3416	0,52684	2,538,
2	100	0,877	»	»	»	»	4,93	4,65	0,3414	0,06593	2,437

L'hypothèse de Wiedemann est à rejeter, tandis que pour celle de Quincke la concordance est bonne.

Raisonnons aussi à force électromotrice constante.

Si la résistance extérieure était nulle on aurait

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{L_1}{L_2}\frac{r_2^2}{r_1^2} = 2{,}797$$

Or, Quincke avait

$$\frac{J_2}{J_1} = \frac{4{,}93}{1{,}69} = 2{,}917$$

L'écart n'est que de 4 %. La constance de b vérifie donc bien la théorie de Helmholtz et ruine celle de Wiedemann.

---

[1] Quincke, *loc. cit.*, p. 550.

En résumé :

1) Si l'on élimine, pour les raisons indiquées, les expériences qui portent les n° 1, 2, 4, 5, 6 du tableau, et même 3 et 7 vu le changement de verre d'un tronçon à l'autre du tube, l'on a :

Un résultat (celui sur l'alcool) qui confirme la théorie de Helmholtz.

Un résultat (8-9) qui confirme la théorie de Wiedemann.

Tenir compte, en plus de 3-7, c'est ajouter un résultat qui ne confirme ni l'une ni l'autre mais penche en faveur de celle de Helmholtz.

2) Si, malgré les raisons indiquées, on croit devoir maintenir la comparaison entre les neuf expériences du tableau de Quincke, les deux théories en sortent compromises.

Une reprise de ces expériences me paraît d'autant plus nécessaire que la longueur du tube capillaire qui intervient dans la formule de Poiseuille ne se confond peut-être pas toujours avec la distance entre les électrodes.

B. — FORCE ÉLECTROMOTRICE DE FILTRATION

Lorsqu'on oblige un liquide à traverser sous l'action d'une pression P une paroi poreuse, il s'établit de part et d'autre de celle ci, entre les deux masses liquides qui la baignent, une différence de potentiel. Je ne décrirai pas les différents appareils et les méthodes diverses successivement employés par ceux qui depuis Quincke [1] jus-

[1] Quincke, *Pogg. Ann.*, **107**, 1, 1859 ; **110**, 38, 1860.

qu'à M. Riety[1] se donnèrent pour tâche de mesurer ces forces électromotrices de filtration[2], mais il me semble indispensable de rappeler comment la théorie de Helmholtz[3] permet de retrouver les lois expérimentalement établies par Quincke de ce phénomène, qui dès lors se pose en réciproque de l'électroosmose.

Ici encore je citerai M. Perrin[4] :

« Si on crée une différence de pression entre deux » masses liquides communiquant par un tube capillaire, » les charges électriques non adhérentes à la paroi seront » entraînées par le liquide en mouvement ; de l'électri- » cité d'un certain signe s'accumulera donc à une extré- » mité du tube et une quantité égale d'électricité con- » traire se trouvera en excès à l'autre extrémité. Les » deux extrémités seront par suite à des potentiels diffé- » rents, et un champ électrique, de sens tel qu'il gêne le » mouvement imposé au liquide, se réalisera le long du » tube. Ce champ ira en croissant mais de plus en plus » lentement, et un état de régime permanent sera atteint » quand la quantité d'électricité ramenée en arrière par » conduction au travers des parois ou du liquide lui- » même sera devenue aussi grande que celle qui, dans le » même temps, est entraînée par convection dans le sens » du courant liquide.

» Conservons les notations précédentes et soit P la » différence des pressions aux extrémités du tube capil- » laire de longueur L. D'après la théorie connue de

---

[1] Riety, *Thèse*, Paris 1913.

[2] Voir la thèse de M. Grumbach, Paris, 1911, pour la bibliographie des derniers travaux parus sur ce sujet.

[3] Helmholtz, *loc. cit.*

[4] J. Perrin, *loc. cit.*, pp. 609-610.

» l'écoulement d'un fluide en un tel tube, on a pour la » vitesse v de la couche liquide située à la très faible » distance d de la paroi

$$v = \frac{r}{2\eta}\frac{P}{L}d$$

» Le mouvement uniforme de cette couche produit le » courant de convection

$$2\pi r v \sigma = \frac{\pi r^2}{\eta}\frac{P}{L}\sigma d = K\varepsilon\frac{\pi r^2}{4\pi\eta}\frac{P}{L}$$

» qui doit équilibrer en régime permanent (si du moins » la paroi est isolante), le courant de conduction pro- » duit au sein du liquide par la force électromotrice E » de filtration. D'après la loi d'Ohm, et en appelant ρ la » résistance spécifique du liquide, ce courant est égal à

$$\frac{E}{\rho}\frac{\pi r^2}{L}$$

» Il faut donc

$$E = \frac{K\varepsilon\rho}{4\pi\eta}P \text{ ».}$$

C. — RELATION DE RÉCIPROCITÉ

La théorie de Quincke-Helmholtz nous a amenés à exprimer le débit électroosmotique par la formule :

$$U = \frac{K\varepsilon\rho}{4\pi\eta}J$$

et à écrire pour la force électromotrice de filtration

$$E = \frac{K\varepsilon\rho}{4\pi\eta} P$$

D'où

$$\frac{U}{J} = \frac{E}{P}$$

relation de réciprocité dont la vérification a été faite par Uno Saxen. [1]

Deux flacons en verre épais portaient chacun une tubulure latérale dont les extrémités filetées pouvaient, grâce à un anneau à pas de vis intérieur, être hermétiquement appliquées l'une contre l'autre après avoir intercalé entre elles une rondelle d'argile dans une rainure ménagée à cet effet. Par son bouchon creux — à travers lequel pénétrait l'électrode — chaque flacon communiquait, d'une

---

[1] Saxen, *Wied. Ann.*, **47**, 46, 1892.

Indiquons pour compléter la bibliographie des phénomènes de transport qne l'influence de la température a fait l'objet des deux mémoires suivants :

M^me^ Smoluchowski, *Phys. Zeitschr.*, **6**, 529, 1905.

Cruse, *Phys. Zeitschr.*, **6**, 201, 1905. La quantité d'eau entraînée par un même courant à travers une cloison d'argile croît, d'après cet auteur, avec la température de 10° à 35°, présente un maximum entre 35° et 40°, puis décroit très rapidement d'abord jusqu'à 50° où elle reprend la même valeur qu'à 10°, lentement ensuite jusqu'à 70°. Les expériences ne dépassent pas l'intervalle de température indiqué (10°-70°). De plus, la proportionnalité du débit à l'intensité du courant ne se maintient plus pour les grandes valeurs de celui-ci. Le facteur de proportionnalité commence par croître avec le courant, passe par un maximum, puis decroît

Enfin M. Aubert, — *Thèse*, Paris, 1912 — a étudié la thermo-osmose, phénomène connexe découvert par M. Lippmann, *Compt. Rend.*, **145**, 104, 1907.

part, avec un tube d'écoulement et, d'autre part, avec, à volonté, l'atmosphère ou une machine pneumatique à mercure. La pression à appliquer pour établir la filtration s'obtenait en raréfiant l'air dans l'un des flacons, l'autre étant maintenu en relation avec l'air libre. La différence de potentiel créé par le passage du liquide à travers la plaque d'argile était mesurée tantôt par la méthode de compensatian de Poggendorff, tantôt par la résistance de l'appareil et l'intensité du courant créé. On déterminait ensuite, en revenant à la pression atmosphérique dans les deux flacons, le débit électroosmotique fourni par un courant connu.

Voici quelques résultats obtenus :

Sulfate de zinc. ... à 1°/₀	$\frac{U}{J} = 0{,}3461$	$\frac{E}{P} = 0{,}3438$
Sulfate de cuivre.... à 1°/₀	$\frac{U}{J} = 0{,}3850$	$\frac{E}{P} = 0{,}3852$
Sulfate de cadmium à 1°/₀	$\frac{U}{J} = 0{,}1157$	$\frac{E}{P} = 0{,}1153$

Cette vérification remarquable constitue un argument des plus puissants en faveur de l'hypothèse qui nous y a conduits.

PREMIÈRE PARTIE

Description des appareils — Préparation des solutions
Marche d'une expérience — Correction

PREMIÈRE PARTIE

Description des appareils — Préparation des solutions
Marche d'une expérience — Correction

I

L'appareil dont je me suis servi (*fig.* 7) diffère peu de celui de Wiedemann perfectionné par Van der Ven. Un vase poreux de pile Daniell, de 6 cm. de diamètre intérieur, 17^{cm}5 de hauteur et 0^{cm}52 d'épaisseur, est muni d'un bouchon en caoutchouc traversé par l'électrode cylindrique B en cuivre pur et le tube en verre D avec branche à angle droit D_1 dont le bout, recourbé vers le bas, se termine par une ouverture capillaire. Le tout, entouré de la deuxième électrode, annulaire, en cuivre également pur, — 9 cm. de diamètre intérieur sur 14^{cm} de hauteur et 0^{cm}43 d'épaisseur, — plonge dans un vase à précipiter pourvu d'un bec dans lequel vient reposer la branche horizontale[1] D_1.

[1] Le tube DD_1, est représenté remonté dans la figure, pour la clarté du dessin.

On verse le liquide à étudier à l'intérieur du vase poreux de manière à tout juste remplir D_1, et dans le vase extérieur jusqu'au même niveau, ce que le bec rend possible. Les deux faces de la cloison poreuse subissent ainsi une même pression et rien ne s'écoule de l'appareil livré à lui même pendant un temps aussi long que l'on voudra.

La partie de l'électrode B émergeant du bouchon est revêtue, pour éviter tout contact avec le liquide, d'une couche d'arcanson, puis noyée dans une masse de cire à cacheter noire.

Quoique le transport ne dépende en rien de l'étendue de la surface perméable de la cloison [1], j'ai enduit le fond du vase poreux d'une couche de paraffine pour éviter tout entraînement anormal à travers cette région.

Il n'est pas commode d'observer, pour assurer l'égalité des niveaux, le liquide intérieur. C'est pourquoi j'ai eu recours au repère E, représenté à part *fig.* 8. Un anneau A encercle le tube D et porte la tige T sur laquelle glisse la pièce P que la vis de pression p permet d'immobiliser. Cette pièce porte à son tour la lame L terminée en pointe fine. On fixe l'anneau A, avec un peu de cire molle, à hauteur voulue sur le tube D ; on immobilise la pièce P ; on recourbe convenablement la lame L pour que sa pointe arrive au niveau voulu, puis on y fait affleurer le liquide extérieur. On a soin, lorsqu'entre deux expériences l'appareil est démonté, de retirer le bouchon sans toucher au repère. De la sorte, si la pointe ne coïncide pas tout à fait rigoureusement avec le niveau intérieur, on est au moins assuré d'avoir toujours fait agir une même différence de pression, dont l'effet, affec-

---

[1] Wiedemann, *loc. cit.*, pp. 223-236, et Van der Ven, *loc. cit.*, [2], Vol. **10**, 1906-07, pp. 87-92.

Fig. 7

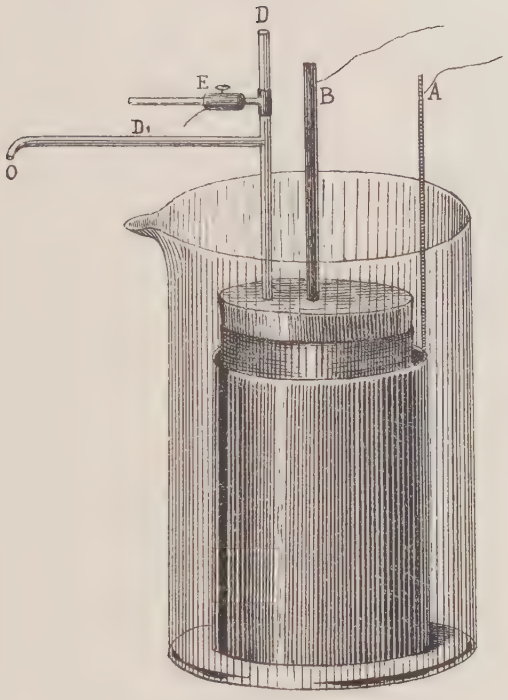


Fig. 8

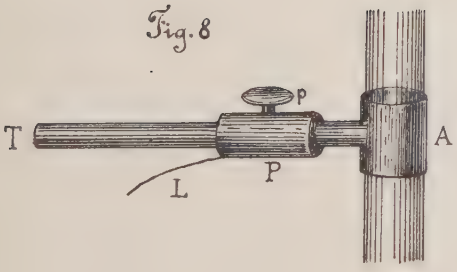
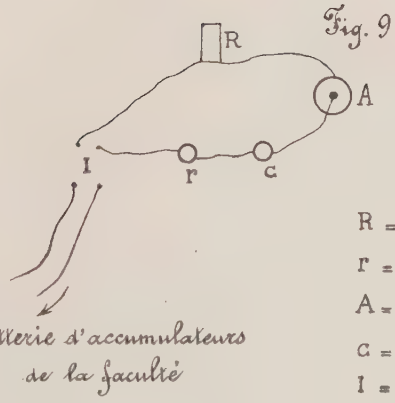


Fig. 9



R = rhéostat
r = petit rhéostat
A = appareil fig.
c = ampèremètre
I = interrupteur

tant identiquement tous les résultats, ne les empêchera pas de demeurer comparables.

En outre de l'appareil que je viens de décrire, le circuit, — voir le schéma *fig.* 9, — contient un rhéostat R, un petit rhéostat à variation continue *r* pour corriger les écarts accidentels de l'intensité du courant, et un ampéremètre gradué en dixièmes de 0 à 5 ampères. On y lisait facilement une variation de deux centièmes d'ampère. Sa graduation n'a pas été vérifiée, l'instrument n'ayant, en somme, servi que comme appareil de zéro pour assurer la constance du courant.

Le courant, arrivant par l'interrupteur I, provenait de la batterie d'accumulateurs de la Faculté.

II

Les solutions ont été obtenues, pour une même concentration totale, à partir de deux solutions mères, l'une d'azotate, l'autre de sulfate. Voici, à titre d'indication, la marche suivie par les solutions à 10 $^{0}/_{0}$. Il suffit de changer les masses de sel pour passer aux autres concentrations.

Disons ici, une fois pour toutes, que dans ce qui va suivre, poids de sel signifie toujours poids de sel hydraté, tel qu'il cristallise [$SO^4Cu, 5H^2O$ et $(NO^3)^2Cu, 3H^2O$], et que la concentration est rapportée au volume de la solution. Ainsi une solution à 10 $^{0}/_{0}$ de sulfate de cuivre est un liquide contenant $10^{gr.}$ de $SO^4Cu, 5H^2O$ par $100^{c.c.}$ de solution.

Soient donc à préparer les diverses solutions à 10 $^{0}/_{0}$. Chaque expérience nécessite deux litres de liquide : $400^{c.c.}$ pour le vase poreux, $1350^{c.c.}$ environ pour le récipient extérieur, et le reste pour maintenir constant

le niveau dans celui-ci et faire face aux accidents possibles. Cinq expériences exigeront dix litres. Il faudra avoir cinq litres à 10 °/₀ de sulfate et une égale quantité à 10 °/₀ d'azotate.

N'ayant pas à ma disposition de ballon jaugé de 5000 c.c. je suis forcé de décomposer l'opération en trois et de préparer successivement deux fois deux litres, puis 1000 c.c.

Deux litres demandent exactement 200 gr. de SO^4Cu, $5H^2O$. Afin d'éviter de longs et pénibles tâtonnements, on en prend un poids quelconque très voisin mais légèrement supérieur à 200 gr. et le pèse avec soin. On le dissout dans l'eau distillée, verse dans le ballon jaugé de deux litres avec les précautions d'usage pour ne rien perdre du sel, puis remplit le ballon en affleurant au trait. Un calcul très simple donne le volume d'eau à ajouter — avec une burette de Mohr — pour ramener exactement au titre voulu.

Les cinq litres obtenus, on verse le tout dans un grand flacon, après quoi on recommence la série des mêmes opérations pour l'azotate que l'on verse dans un deuxième flacon.

A partir de ces deux solutions mères, dont le titre est établi à $\frac{1}{1000}$ près, on réalise les mélanges au fur et à mesure des besoins, en prenant successivement :

Solution d'azotate		Solution de sulfate		
0 c.c.	et	2000 c.c.	=	2000 c.c.
500	et	1500	=	
1000	et	1000	=	
1500	et	500	=	
2000	et	0	=	

Les sels employés étaient le sulfate et l'azotate chimiquement purs du commerce.

III

L'appareil rempli de liquide comme il vient d'être dit, on fait passer le courant dans le sens nécessaire pour entraîner le liquide à l'intérieur du vase poreux. On règle les rhéostats R et *r* de manière à lire 2 ampères à l'ampèremètre, intensité suffisante pour avoir un transport raisonnable. Le liquide monte dans D et au bout de quelques instants on le voit s'écouler goutte à goutte par l'orifice capillaire O.

On note exactement l'heure de la chute d'une goutte que l'on ne recueillera pas, puis l'on glisse sous le tube d'écoulement un petit flacon taré au préalable. On compte les gouttes au fur et à mesure de leur chute et note, toutes les dix minutes, l'instant précis où se détache celle qui se rapproche le plus de la fin de l'intervalle. Quand besoin se fait sentir on ajoute du liquide dans le récipient extérieur pour maintenir l'affleurement à la pointe, et maintient aussi constante l'intensité du courant en agissant, s'il y a lieu, sur le rhéostat *r*.

Au bout de deux heures on arrête le courant. Cela correspond à douze expériences de dix minutes chacune et donne une approximation suffisante.

On pèse le liquide recueilli.

Un calcul très simple fournit les poids effectivement écoulés dans chacun des douze intervalles de dix minutes. Ils serviront à établir le terme correctif dont il est question au paragraphe suivant.

IV

L'action du courant étant toujours identique à elle-même, les quantités de liquide éliminées de l'appareil dans les intervalles successifs de dix minutes d'une même expérience, devraient être égales, aux erreurs d'expérience près. Au lieu de cela on observe une variation continue, se produisant dans le même sens, qui décèle la présence d'une cause perturbatrice. C'est que, par suite du transport des ions, la densité diminue à la cathode et augmente à l'anode, d'où, malgré la concordance des niveaux extérieur et intérieur, une pression hydrostatique tendant à pousser le liquide dans le sens du courant. Van der Ven en a montré l'importance et la nécessité absolue, vu l'impossibilité de s'en débarrasser, d'en tenir compte[1].

Soient V et V′ les volumes de liquide à l'intérieur et à l'extérieur du vase poreux, G et G′ les masses de métal y contenues.

Posons

$$\frac{G'}{V'} - \frac{G}{V} = \varepsilon$$

Nulle au début, cette quantité prend avec le temps une valeur croissante ; elle mesure à tout instant la différence des pressions exercées de part et d'autre sur la cloison séparatrice.

---

[1] Van der Ven, *loc. cit.*, [2], Vol. **8**, pp. 93 et suiv., 199 et suiv. Ma méthode s'écarte sur quelques points de la sienne.

Appelons v le volume de liquide expulsé de l'appareil dans un temps donné, v' le volume égal qui le remplace en pénétrant à travers le vase poreux et g le poids de métal déposé pendant ce même temps à la cathode. Le poids total du métal dissous dans la solution intérieure sera, au bout de cet intervalle, égal à celui qui y était auparavant G_o

1) moins celui déposé à la cathode g ;

2) moins $\frac{v}{V}\left(G_o - \frac{1}{2}g\right)$ parti dans le liquide expulsé dont la teneur moyenne sera, en effet, par centimètre cube $\frac{1}{V}\left(G_o - \frac{1}{2}g\right)$ si l'intervalle, et par suite v par rapport à V, est petit de manière à rendre négligeable l'influence sur ce terme du terme suivant ;

3) plus $\frac{v}{V'}G'_o$ apporté par la solution qui pénètre à travers la paroi.

Cela donne

$$G_1 = G_o - g - \frac{v}{V}\left(G_o - \frac{1}{2}g\right) + \frac{v}{V'}G'_o$$

ou, comme

$$\frac{G'_o}{V'} - \frac{G_o}{V} = 0 \qquad (1)$$

$$G_1 = G_o - g + \frac{v}{V} \cdot \frac{1}{2} \cdot g$$

Au bout du deuxième intervalle, identique au premier, l'on aura, l'intensité du courant électrique n'ayant pas varié

$$G_2 = G_1 - g - \frac{v}{V}\left(G_1 - \frac{1}{2}g\right) + \frac{v}{V'}G'_o$$

et en fonction de G_0

$$G_2 = G_0 - g + \frac{v}{V}\frac{1}{2}g - g - \left(\frac{v}{V}\right)^2\frac{1}{2}g + \frac{v}{V}G_0' - \frac{v}{V}G_0 + \frac{v}{V}\frac{3}{2}g$$

ou, en tenant compte de (1) et négligeant $\left(\frac{v}{V}\right)^2$ devant [1] $\frac{v}{V}$

$$G_2 = G_0 - 2g + \frac{v}{V}\left\{1 + 2 \cdot \frac{1}{2}\right\}g$$

Au bout du troisième intervalle l'on aura de même

$$G_3 = G_2 - g - \frac{v}{V}\left(G_2 - \frac{1}{2}g\right) + \frac{v}{V}G_0$$

et en fonction de G_0

$$G_3 = G_0 - 3g + \frac{v}{V}\left\{1 + 2 + 3 \cdot \frac{1}{2}\right\}g$$

Enfin après le quatrième.

$$G_4 = G_0 - 4g + \frac{v}{V}\left\{1 + 2 + 3 + 4 \cdot \frac{1}{2}\right\}g$$

Ce qui peut se mettre sous la forme

---

[1] v n'atteint jamais 8 cc. ; V = 400 cc. environ ; $\frac{v}{V} = \frac{1}{50}$, $\left(\frac{v}{V}\right)^2 = \frac{1}{2500}$

$$G_1 = G_o - g + \frac{v}{V}\left\{(1-1) + \frac{1}{2}\right\} g$$

$$G_2 = G_o - 2g + \frac{v}{V}\left\{(2-1) + 2 \cdot \frac{1}{2}\right\} g$$

$$G_3 = G_o - 3g + \frac{v}{V}\left\{(3-1) + (3-2) + 3 \cdot \frac{1}{2}\right\} g$$

$$G_4 = G_o - 4g + \frac{v}{V}\left\{(4-1) + (4-2) + (4-3) + 4 \cdot \frac{1}{2}\right\} g$$

.....

$$G_n = G_o - ng + \frac{v}{V}\left\{(n-1) + (n-2) + (n-3) + (n-4) + \ldots\right.$$

$$\left. \ldots + (n - n + 1) + n \cdot \frac{1}{2}\right\} g$$

Les n-1 premiers termes de la parenthèse forment une progression arithmétique de raison 1 dont la somme sera

$$S = \frac{(1 + n - 1)\ (n-1)}{2} = \frac{1}{2}(n^2 - n)$$

La valeur totale de la parenthèse s'obtient en ajoutant à S le dernier terme

$$S + n \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{2} n^2 - \frac{1}{2} n + \frac{1}{2} n = \frac{1}{2} n^2$$

d'où

$$G_n = G_o - ng + \frac{1}{2} n^2 \frac{v}{V} g$$

*
* *

D'autre part, les ions acides arrivant à l'anode l'attaquent pour reformer, au fur et à mesure de leur libé-

ration, le sel initial. La masse totale dissoute est par suite constante et

$$G_n + G'_n = G_o + G'_o$$

donc

$$G'_n = G'_o + ng - \frac{1}{2} n^2 \frac{v}{V} g$$

et

$$\varepsilon = \frac{G'_n}{V'} - \frac{G_n}{V} = g \frac{V + V'}{VV'} \left(n - \frac{1}{2} n^2 \frac{v}{V} \right)$$

*
* *

La pression hydrostatique est donc, au bout de chaque intervalle n, proportionnelle à

$$n - \frac{1}{2} n^2 \frac{v}{V}$$

Choisissons l'intervalle assez petit pour pouvoir, entre ses limites, supposer l'augmentation de pression proportionnelle au temps. Nous serons alors en droit de dire que pendant chaque intervalle n a agi une pression uniforme égale à la moyenne entre la valeur initiale et la valeur finale et par suite proportionnelle à la moyenne p de deux valeurs consécutives du tableau des expressions

$$n - \frac{1}{2} n^2 \frac{v}{V}.$$

Désignons par p_i cette moyenne pour le premier intervalle, par p_f pour le dernier, par x la quantité de liquide que chasserait à travers la cloison poreuse une

pression égale à un, par P et Q les quantités de liquide effectivement écoulées du vase poreux pendant le premier et le dernier intervalle. Il viendra, en appelant a la quantité invariable transportée par le courant

$$a + p_i x = \mathrm{P} \qquad a + p_f x = \mathrm{Q}$$

$$x = \frac{\mathrm{P} - \mathrm{Q}}{p_f - p_i}$$

Il suffira de multiplier x par la valeur moyenne respective p pour avoir la part prise au transport, dans l'intervalle correspondant, par la pression hydrostatique. Elle sera à ajouter ou à retrancher du transport effectif, suivant que le courant et la pression agissent en sens opposés ou identiques.

*
* *

Nous avons, dans l'établissement de cette correction, commis, pour arriver à une formule facile à calculer, plusieurs approximations. C'est chose permise, dans un terme correctif surtout. Il est néanmoins bon de les bien mettre en évidence et de justifier sommairement celles qui ne l'ont point encore été. Elles sont au nombre de trois.

Tout d'abord nous avons mis v en facteur. Or, v n'est pas le même pour les intervalles successifs, par suite précisément de la pression hydrostatique que nous nous efforçons de corriger. Mais comme v et ses variations sont petits, l'erreur qui en résulte ne porte pas sur les chiffres conservés de la correction.

Nous avons ensuite négligé la variation de la concen-

tration extérieure dans le calcul du poids de métal qui pénètre par électroosmose à travers la cloison poreuse, en prenant cette concentration toujours égale à $\frac{G'_o}{V'}$ Cette variation est à peu près quatre fois moindre que celle du liquide intérieur puisque $V' = 4\ V$ environ. Son influence est suffisamment petite sur la teneur du volume v pour pouvoir être laissée de côté.

Enfin la somme $G'_n + G_n$ n'est pas constante. Il faudrait, pour que cela fut, ne rien enlever au liquide. Or, nous retirons du vase poreux une solution moins dense pour la remplacer au fur et à mesure dans le vase extérieur par un égal volume du liquide primitif. La quantité totale de métal dissous augmente de ce fait avec le temps. Prenons, pour nous rendre compte de l'écart, la solution à 5 °/₀ et raisonnons, ce qui revient au même et simplifie les calculs, non sur le métal mais sur le sel dissous.

Supposons, pour avoir une limite supérieure, la concentration réduite à la fin de l'expérience dans le vase poreux aux quatre cinquièmes de sa valeur initiale[1]. Supposons encore, ce qui est une autre exagération, à tout le liquide expulsé cette concentration finale.

Chaque volume expulsé v contiendrait dans ces conditions $\frac{4}{5} v \frac{G_o}{V}$ de sel. Celui versé dans le vase extérieur pour le remplacer en contient au contraire $v \frac{G_o}{V}$. D'où, à la fin, un accroîssement égal à la différence $\frac{1}{5} v \frac{G_o}{V}$ répétée n fois.

Si rien n'était sorti du vase on aurait

$$G'_n + G_n = G'_o + G_o$$

---

[1] Voir à ce sujet l'expérience instituée par Van der Ven — *loc. cit.*, [2], Vol. **8**, 1902-03, p. 93 et suiv. — citée p. 23 et suiv.

Par suite de l'écoulement il faudrait écrire

$$G'_n + G_n = G'_o + G_o + \frac{1}{5} nv \frac{G_o}{V}$$

Or, nv n'a jamais atteint $80^{c.c.}$; $\frac{G_0}{V}$ est, pour la solution qui nous occupe, égal à $\frac{5}{100}$; $G'_0 + G_0$ atteint $87^{gr.}5$ puisque $V + V'$ dépasse $1750^{c.c.}$. Négliger $\frac{1}{5} nv \frac{G_0}{V}$ devant $G'_0 + G_0$ revient donc à faire une erreur inférieure à un pour cent. Elle atteint très légèrement les corrections des derniers intervalles à peine et se justifie d'autant plus que c'est là, même pour la solution à 5 °/₀, une limite jamais atteinte en pratique. Son influence est nulle sur les solutions à concentration supérieure, pour lesquelles $G'_0 + G_0$ croit, tandis que le terme $\frac{1}{5} nv \frac{G_0}{V}$ conserve — nous le verrons par la suite — la même valeur. A 10 °/₀ $G'_0 + G_0 = 175^{gr.}$, elle est déjà réduite de moitié et ne se fait plus sentir.

Comme nous avons affaire à des solutions de densité très voisine de l'unité, nous remplacerons partout v par sa masse.

DEUXIÈME PARTIE

Résultats

CHAPITRE PREMIER

SOLUTIONS A CONCENTRATION TOTALE 5 %

1

Solution de sulfate de cuivre à 5 % .

Sens du transport . . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 17°2 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	40m	0s	1h	50m	4s	64	63,574	6,1236
	50	4	2	0	6	64	63,787	6,1440
2	0	6		10	1	64	64,537	6,2161
	10	1		19	59	65	65,217	6,2817
	19	59		30	2	67	66,666	6,4214
	30	2		40	8	68	67,327	6,4850
	40	8		50	3	68	68,571	6,6049
	50	3	3	0	2	69	69,115	6,6570
3	0	2		10	5	70	69,651	6,7089
	10	5		20	5	70	70,000	6,7425
	20	5		30	2	70	70,353	6,7764
	30	2		40	7	71	70,417	6,7821

Total... 810 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 78 gr. 020

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{78{,}020}{810} = 0$ gr. 09632

Corrections

$$x = \frac{6,7821 - 6,1236}{10,364 - 0,496} = 0,0667$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 6,1236 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0,992$	0,496	0,0331
$2 - 6,1440 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1,969$	1,481	0,0988
$3 - 6,2161 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2,929$	2,449	0,1634
$4 - 6,2817 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3,873$	3,401	0,2269
$5 - 6,4214 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4,797$	4,335	0,2893
$6 - 6,4850 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5,704$	5,251	0,3504
$7 - 6,6049 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6,540$	6,122	0,4085
$8 - 6,6570 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7,461$	7,001	0,4672
$9 - 6,7089 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8,312$	7,887	0,5263
$10 - 6,7425 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9,146$	8,729	0,5825
$11 - 6,7764 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 9,963$	9,555	0,6376
$12 - 6,7821 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 10,764$	10,364	0,6916

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Écart
Total	par la pression	par le courant	de la moyenne
6,1236	0,0331	6,0905	— 0,0318
6,1440	0,0988	6,0452	— 0,0771
6,2161	0,1634	6,0527	— 0,0696
6,2817	0,2269	6,0548	— 0,0675
6,4214	0,2893	6,1321	+ 0,0098
6,4850	0,3504	6,1346	+ 0,0123
6,6049	0,4085	6,1964	+ 0,0741
6,6570	0,4672	6,1898	+ 0,0675
6,7089	0,5263	6,1826	+ 0,0603
6,7425	0,5825	6,1600	+ 0,0377
6,7764	0,6376	6,1388	+ 0,0165
6,7821	0,6916	6,0905	— 0,0318

Transport total 73 gr. 4680

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{73,4680}{12} = 6 \text{ gr. } 1223$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{6,1223}{2} = \underline{3 \text{ gr. } 0611}$$

2

Solution à concentration totale 5°/₀, *à savoir* { 1,25 °/₀ azotate de cuivre / 3 75 °/₀ sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 18°5 C.
Volume du liquide intérieur. V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	20m	0s	1h	30m	6s	29	28,713	2,5968
	30	6		40	4	29	29,097	2,6315
	40	4		50	4	30	30,000	2,7132
	50	4	2	0	9	31	30,743	2,7804
2	0	9		10	0	31	31,471	2,8463
	10	0		20	16	33	32,143	2,9070
	20	16		30	4	32	32,653	2,9532
	30	4		40	6	34	33,887	3,0647
	40	6		50	1	34	34,285	3,1008
	50	1	3	0	15	36	35,178	3,1816
3	0	15		10	2	35	35,775	3,2355
	10	2		20	2	37	37,000	3,3462

Total.... 391 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 35 gr. 362

Poids d'une goutte. . . . . $\frac{35,362}{391} = 0$ gr. 09044

Corrections

$$x = \frac{3{,}3462 - 2{,}5968}{10{,}947 - 0{,}498} = 0{,}0717$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 2{,}5968 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}997$	0,498	0,0357
$2 - 2{,}6315 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}987$	1,492	0,1070
$3 - 2{,}7132 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}969$	2,478	0,1777
$4 - 2{,}7804 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}944$	3,456	0,2479
$5 - 2{,}8463 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}910$	4,427	0,3175
$6 - 2{,}9070 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}868$	5,389	0,3865
$7 - 2{,}9532 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}817$	6,342	0,4548
$8 - 3{,}0647 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}752$	7,284	0,5224
$9 - 3{,}1008 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}682$	8,217	0,5893
$10 - 3{,}1816 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}597$	9,139	0,6554
$11 - 3{,}2355 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}504$	10,050	0,7208
$12 - 3{,}3462 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}390$	10,947	0,7851

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
2,5968	0,0357	2,5611	+ 0,0314
2,6315	0,1070	2,5245	— 0,0052
2,7132	0,1777	2,5355	+ 0,0058
2,7804	0,2479	2,5325	+ 0,0028
2,8463	0,3175	2,5288	— 0,0009
2,9070	0,3865	2,5205	— 0,0092
2,9532	0,4548	2,4984	— 0,0313
3,0647	0,5224	2,5423	+ 0,0126
3,1008	0,5893	2,5115	— 0,0182
3,1816	0,6554	2,5262	— 0,0035
3,2355	0,7208	2,5147	— 0,0150
3,3462	0,7851	2,5611	+ 0,0314

Transport total 30 gr. 3571
par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{30,3571}{12} = 2 \text{ gr. } 5297$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{2,5297}{12} = \underline{1 \text{ gr. } 2648}$$

3

Solution à concentration totale 5 %, *à savoir* { 2,5 % azotate de cuivre / 2,5 % sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 18°2 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	30m	0s	1h	40m	7s	17	16,804	1,5600
	40	7		50	35	18	17,197	1,5964
	50	35	2	0	28	18	18,213	1,6907
2	0	28		10	28	19	19,000	1,7637
	10	28		20	4	19	19,791	1,8372
	20	4		30	17	21	20,555	1,9080
	30	17		40	14	21	21,108	1,9593
	40	14		50	26	22	21,568	2,0022
	50	26	3	0	3	22	22,876	2,1236
3	0	3		10	7	24	23,840	2,2131
	10	7		20	19	25	24,510	2,2752
	20	19		29	59	25	25,862	2,4007

Total.... 251 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 23 gr. 300

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{23,300}{251} = 0$ gr. 09283

Corrections

$$x = \frac{2{,}4007 - 1{,}5600}{11{,}102 - 0{,}499} = 0{,}0793$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,499	0,0396
$1 - 1{,}5600 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}998$		
	1,495	0,1185
$2 - 1{,}5964 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}992$		
	2,486	0,1971
$3 - 1{,}6907 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}981$		
	3,472	0,2753
$4 - 1{,}7637 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}964$		
	4,453	0,3531
$5 - 1{,}8372 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}942$		
	5,427	0,4303
$6 - 1{,}9080 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}913$		
	6,395	0,5070
$7 - 1{,}9593 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}878$		
	7,358	0,5834
$8 - 2{,}0022 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}838$		
	8,310	0,6589
$9 - 2{,}1236 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}782$		
	9,251	0,7335
$10 - 2{,}2136 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}720$		
	10,185	0,8075
$11 - 2{,}2752 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}651$		
	11,102	0,8803
$12 - 2{,}4007 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}553$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
1,5600	0,0396	1,5204	+ 0,0416
1,5964	0,1185	1,4779	— 0,0009
1,6907	0,1971	1,4936	+ 0,0148
1,7637	0,2753	1,4884	+ 0,0096
1,8372	0,3531	1,4841	+ 0,0053
1,9080	0,4303	1,4777	— 0,0011
1,9593	0,5070	1,4523	— 0,0265
2,0022	0,5834	1,4188	— 0,0600
2,1236	0,6589	1,4647	— 0,0141
2,2131	0,7335	1,4796	+ 0,0008
2,2752	0,8075	1,4677	— 0,0111
2,4007	0,8803	1,5204	+ 0,0416

Transport total 17 gr. 7456

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{17,7456}{12} = 1 \text{ gr. } 4788$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{1,4788}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 7394}$$

4

Solution à concentration totale 5 °/₀, *à savoir* { 3 75 °/₀ azotate de cuivre / 1,25 °/₀ sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 18°8 C.
Volume du liquide intérieur. V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
3h	0m	0s	3h	11m	8s	5	4,4910	0,4050
	11	8		21	26	5	4,8543	0,4377
	21	26		30	48	5	5,3380	0,4814
	30	48		41	8	6	5,8064	0,5236
	41	8		50	56	6	6,1224	0,5521
	50	56		59	56	6	6,6513	0,6012
	59	56	4	10	46	8	7,3846	0,6659
4	10	46		21	8	8	7,7170	0,6959
	21	8		30	48	8	8,2758	0,7463
	30	48		41	17	9	8,5850	0,7735
	41	17		51	18	9	8,9850	0,8102
	51	18	5	0	38	9	9,6428	0,8696

Total.... 84 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 7 gr. 575

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{7,575}{84} = 0$ gr. 09018

Corrections

$$x = \frac{0{,}8696 - 0{,}4050}{11{,}358 - 0{,}499} = 0{,}0428$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,499	0,0214
$1 - 0{,}4050 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$		
	1,498	0,0641
$2 - 0{,}4377 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}998$		
	2,496	0,1068
$3 - 0{,}4814 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}994$		
	3,491	0,1494
$4 - 0{,}5236 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}989$		
	4,485	0,1919
$5 - 0{,}5521 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}982$		
	5,477	0,2344
$6 - 0{,}6012 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}973$		
	6,466	0,2767
$7 - 0{,}6659 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}959$		
	7,451	0,3188
$8 - 0{,}6959 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}944$		
	8,433	0,3608
$9 - 0{,}7463 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}923$		
	9,412	0,4027
$10 - 0{,}7735 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}902$		
	10,389	0,4445
$11 - 0{,}8102 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}876$		
	11,358	0,4860
$12 - 0{,}8696 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}841$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,4050	0,0214	0,3836	+ 0,0082
0,4377	0,0641	0,3736	— 0,0018
0,4814	0,1068	0,3746	— 0,0008
0,5236	0,1494	0,3742	— 0,0012
0,5521	0,1919	0,3602	— 0,0152
0,6012	0,2344	0,3668	— 0,0086
0,6659	0,2767	0,3892	+ 0,0138
0,6959	0,3188	0,3771	+ 0,0017
0,7463	0,3608	0,3855	+ 0,0101
0,7735	0,4027	0,3708	— 0,0046
0,8102	0,4445	0,3657	— 0,0097
0,8696	0,4860	0,3836	+ 0,0082

Transport total 4 gr. 5049

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{4,5049}{12} = 0 \text{ gr. } 3754$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,3754}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 1877}$$

5

Solution à 5 °/₀ d'azotate de cuivre

Sens du transport . . . . Cathode anode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 18° C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
2h	0m	0s	2h	10m	27s	9	8,6124	0,7812
	10	27		20	44	8	7,7794	0,7057
	20	44		30	38	7	7,0704	0,6414
	30	38		39	57	6	6,4400	0,5842
	39	57		50	18	6	5,7970	0,5259
	50	18	3	0	1	5	5,1457	0,4668
3	0	1		10	52	5	4,6083	0,4180
	10	52		20	30	4	4,1522	0,3775
	20	30		31	17	4	3,6250	0,3288
	31	17		40	21	3	3,3087	0,3001
	40	21		50	39	3	3,9126	0,2648
	50	39		58	15	2	2,6316	0,2387

Total... 62 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 5 gr. 624

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{5,624}{62} = 0$ gr. 09071

Corrections

$$x = \frac{0{,}7812 - 0{,}2387}{11{,}457 - 0{,}499} = 0{,}0495$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 0{,}7812 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$	0,499	0,0247
$2 - 0{,}7057 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}996$	1,497	0,0741
$3 - 0{,}6414 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}993$	2,494	0,1234
$4 - 0{,}5842 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}988$	3,490	0,1727
$5 - 0{,}5259 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}983$	4,485	0,2220
$6 - 0{,}4668 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}979$	5,481	0,2713
$7 - 0{,}4180 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}974$	6,476	0,3221
$8 - 0{,}3775 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}969$	7,471	0,3698
$9 - 0{,}3288 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}966$	8,467	0,4191
$10 - 0{,}3001 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}962$	9,464	0,4685
$11 - 0{,}2648 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}959$	10,460	0,5178
$12 - 0{,}2387 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}956$	11,457	0,5672

L'électroosmose se produisant de la cathode vers l'anode la correction est additive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart
Total	par la pression	par le courant	de la moyenne
0,7812	0,0247	0,8059	+ 0,0404
0,7057	0,0741	0,7798	+ 0,0143
0,6414	0,1234	0,7648	— 0,0007
0,5842	0,1727	0,7569	— 0,0086
0,5259	0,2220	0,7479	— 0,0176
0,4668	0,2713	0,7381	— 0,0274
0,4180	0,3221	0,7401	— 0,0254
0,3775	0,3698	0,7473	— 0,0182
0,3288	0,4191	0,7479	— 0,0176
0,3001	0,4685	0,7686	+ 0,0031
0,2648	0,5178	0,7826	+ 0,0171
0,2387	0,5672	0,8059	+ 0,0404

Transport total 9 gr. 1858
par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{9,1858}{12} = 0 \text{ gr. } 7655$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,7655}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 3827}$$

CHAPITRE II

SOLUTIONS A CONCENTRATION TOTALE 10 °/₀

1

Solution de sulfate de cuivre à 10 °/₀

Sens du transport . . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . . T = 16° C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	40m	0s	1h	50m	17s	32	31,118	3,0530
	50	17	2	0	14	31	31,156	3,0567
2	0	14		10	8	31	31,313	3,0720
	10	8		20	16	32	31,580	3,0982
	20	16		30	16	32	32,000	3,1395
	30	16		40	11	32	32,270	3,1658
	40	11		50	16	33	32,727	3,2108
	50	16	3	0	16	33	33,000	3,2376
3	0	16		10	15	33	33,057	3,2430
	10	15		20	13	33	33,110	3,2485
	20	13		30	9	33	33,221	3,2594
	30	9		40	4	33	33,280	3,2650

Total.... 388 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 38 gr. 068

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{38,068}{388} = 0$ gr. 09811

Corrections

$$x = \frac{3{,}2650 - 3{,}0530}{10{,}953 - 0{,}498} = 0{,}0203$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 3{,}0530 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}996$	0,498	0,0101
$2 - 3{,}0567 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}985$	1,490	0,0302
$3 - 3{,}0720 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}965$	2,475	0,0502
$4 - 3{,}0982 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}937$	3,451	0,0700
$5 - 3{,}1395 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}901$	4,419	0,0896
$6 - 3{,}1658 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}856$	5,378	0,1091
$7 - 3{,}2108 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}801$	6,328	0,1283
$8 - 3{,}2376 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}738$	7,269	0,1474
$9 - 3{,}2430 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}667$	8,202	0,1663
$10 - 3{,}2485 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}589$	9,128	0,1851
$11 - 3{,}2594 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}501$	10,045	0,2037
$12 - 3{,}2650 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}405$	10,953	0,2221

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
3,0530	0,0101	3,0429	— 0,0102
3,0567	0,0302	3,0265	— 0,0266
3,0720	0,0502	3,0218	— 0,0313
3,0982	0,0700	3,0282	— 0,0249
3,1395	0,0896	3,0499	— 0,0032
3,1658	0,1091	3,0567	+ 0,0036
3,2108	0,1283	3,0825	+ 0,0294
3,2376	0,1474	3,0902	+ 0,0371
3,2430	0,1663	3,0767	+ 0,0236
3,2485	0,1851	3,0634	+ 0,0103
3,2594	0,2037	3,0557	+ 0,0026
3,2650	0,2221	3,0429	— 0,0102

Transport total 36 gr. 6374

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{36,6374}{12} = 3 \text{ gr. } 0531$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{3,0531}{2} = \underline{1 \text{ gr. } 5265}$$

2

Solution à concentration totale 10 °/₀, *à savoir* { 2,5 °/₀ azotate de cuivre / 7,5 °/₀ sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 19°9 C.
Volume du liquide intérieur. V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
2h	0m	0s	2h	10m	28s	14	13,376	1,3030
	10	28		20	32	14	13,907	1,3548
	20	32		30	14	14	14,433	1,4060
	30	14		40	18	15	14,900	1,4515
	40	18		50	0	15	15,464	1,5065
	50	0	3	0	1	16	15,974	1,5561
3	0	1		10	10	17	16,749	1,6316
	10	10		20	4	17	17,172	1,6728
	20	4		30	15	18	17,676	1,7220
	30	15		40	5	18	18,305	1,7832
	40	5		50	22	19	18,476	1,8000
	50	22	4	0	14	19	19,256	1,8760

Total.... 196 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 19 gr. 094

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{19,094}{196} = 0$ gr. 09742

Corrections

$$x = \frac{4,8760 - 1,3030}{11,191 - 0,499} = 0,0536$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,499	0,0267
$1 - 1,3030 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0,998$		
	1,495	0,0801
$2 - 1,3548 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1,993$		
	2,488	0,1333
$3 - 1,4060 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2,984$		
	3,477	0,1863
$4 - 1,4515 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3,971$		
	4,461	0,2391
$5 - 1,5065 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4,952$		
	5,441	0,2916
$6 - 1,5561 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5,929$		
	6,414	0,3437
$7 - 1,6316 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6,899$		
	7,382	0,3956
$8 - 1,6728 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7,865$		
	8,344	0,4472
$9 - 1,7220 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8,824$		
	9,299	0,4983
$10 - 1,7832 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9,774$		
	10,249	0,5422
$11 - 1,8000 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10,724$		
	11,191	0,5997
$12 - 1,8760 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11,658$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart
Total	par la pression	par le courant	de la moyenne
1,3030	0,0267	1,2763	+ 0,0030
1,3548	0,0801	1,2747	+ 0,0014
1,4060	0,1333	1,2727	— 0,0006
1,4515	0,1863	1,2652	— 0,0081
1,5065	0,2391	1,2674	— 0,0059
1,5561	0,2916	1,2645	— 0,0088
1,6316	0,3437	1,2879	+ 0,0146
1,6728	0,3956	1,2772	+ 0,0039
1,7220	0,4472	1,2748	+ 0,0015
1,7832	0,4983	1,2849	+ 0,0116
1,8000	0,5422	1,2578	+ 0,0155
1,8760	0,5997	1,2763	+ 0,0030

Transport total 15 gr. 2797

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{15,2797}{12} = 1 \text{ gr. } 2733$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{1,2733}{2} = \underline{0 \text{ gr } 6366}$$

3

Solution à concentration totale 10 %, *à savoir* { 5 % azotate de cuivre / 5 % sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 17° C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprime en	
de			à				Gouttes	Grammes
3h	0m	0s	3h	9m	34s	8	8,362	0,8100
	9	34		19	49	9	8,781	0,8505
	19	49		29	30	9	9,294	0,9002
	29	30		39	47	10	9,724	0,9419
	39	47		50	32	11	10,233	0,9912
	50	32		59	52	10	10,715	1,0378
	59	52	4	9	48	11	11,074	1,0726
4	9	48		20	7	12	11,632	1,1008
	20	7		30	0	12	12,142	1,1760
	30	0		39	34	12	12,543	1,2150
	39	34		50	15	14	13,105	1,2693
	50	15		59	59	14	14,383	1,3933

Total... 132 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 12 gr. 786

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{12,786}{132} = 0$ gr. 09686

Corrections

$$x = \frac{1{,}3933 - 0{,}8100}{11{,}276 - 0{,}499} = 0{,}0541$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 0{,}8100 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$	0,499	0,0270
$2 - 0{,}8505 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}996$	1,497	0,0810
$3 - 0{,}9002 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}990$	2,493	0,1349
$4 - 0{,}9419 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}981$	3,485	0,1886
$5 - 0{,}9912 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}969$	4,475	0,2422
$6 - 1{,}0378 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}953$	5,461	0,2956
$7 - 1{,}0726 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}933$	6,443	0,3487
$8 - 1{,}1008 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}911$	7,422	0,4017
$9 - 1{,}1760 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}879$	8,395	0,4544
$10 - 1{,}2150 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}846$	9,362	0,5067
$11 - 1{,}2693 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}806$	10,326	0,5589
$12 - 1{,}3933 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}746$	11,276	0,6103

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart
Total	par la pression	par le courant	de la moyenne
0,8100	0,0270	0,7830	+ 0,0406
0,8505	0,0810	0,7695	+ 0,0271
0,9002	0,1349	0,7653	+ 0,0229
0,9419	0,1886	0,7538	+ 0,0114
0,9912	0,2422	0,7490	— 0,0063
1,0378	0,2956	0,7422	— 0,0005
1,0726	0,3487	0,7239	— 0,0188
1,1008	0,4017	0,6991	— 0,0436
1,1760	0,4544	0,7216	— 0,0211
1,2150	0,5067	0,7083	— 0,0344
1,2693	0,5589	0,7104	— 0,0323
1,3933	0,6103	0,7830	+ 0,0406

Transport total 8 gr. 9091

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{8,9091}{12} = 0 \text{ gr. } 7424$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,7424}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 3712}$$

4

Solution à concentration totale 10 %, *à savoir* { 7,5 % azotate de cuivre / 2,5 % sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 20° C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
2h	10m	0s	2h	19m	6s	2	2,1978	0,2025
	19	6		31	26	3	2,4325	0,2241
	31	26		42	26	3	2,7272	0,2513
	42	26		49	2	2	3,0303	0,2792
	49	2		58	13	3	3,2668	0,3010
	58	13	3	9	15	4	3,6253	0,3341
3	9	15		19	0	4	4,1025	0,3780
	19	0		30	34	5	4,3228	0,3983
	30	34		39	5	4	4,6966	0,4328
	39	5		49	10	5	4,9585	0,4569
	49	10	4	0	43	6	5,1947	0,4787
4	0	43		11	35	6	5,5214	0,5088

Total... 47 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 4 gr. 331

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{4,331}{47} = 0$ gr. 09215

Corrections

$$x = \frac{0{,}5088 - 0{,}2025}{11{,}417 - 0{,}500} = 0{,}0281$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,500	0,0140
$1 - 0{,}2025 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}000$		
	1,500	0,0421
$2 - 0{,}2241 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}999$		
	2,498	0,0701
$3 - 0{,}2513 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}997$		
	3,496	0,0981
$4 - 0{,}2792 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}994$		
	4,492	0,1260
$5 - 0{,}3010 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}990$		
	5,488	0,1540
$6 - 0{,}3341 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}985$		
	6,481	0,1818
$7 - 0{,}3780 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}977$		
	7,473	0,2097
$8 - 0{,}3983 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}968$		
	8,462	0,2374
$9 - 0{,}4328 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}956$		
	9,449	0,2651
$10 - 0{,}4569 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}942$		
	10,435	0,2928
$11 - 0{,}4787 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}927$		
	11,417	0,3203
$12 - 0{,}5088 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}907$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart
Total	par la pression	par le courant	de la moyenne
0,2025	0,0140	0,1885	+ 0,0023
0,2241	0,0421	0,1820	— 0,0042
0,2513	0,0701	0,1812	— 0,0050
0,2792	0,0981	0,1811	— 0,0051
0,3010	0,1260	0,1750	— 0,0112
0,3341	0,1540	0,1801	— 0,0061
0,3780	0,1818	0,1962	+ 0,0100
0,3983	0,2097	0,1886	+ 0,0024
0,4328	0,2374	0,1954	+ 0,0092
0,4569	0,2651	0,1918	+ 0,0056
0,4787	0,2928	0,1856	— 0,0006
0,5088	0,3203	0,1885	+ 0,0023

Transport total 2 gr. 2340

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{2,2340}{12} = 0 \text{ gr. } 1862$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,1862}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 0931}$$

5

Solution à 10 % d'azotate de cuivre

Sens du transport . . . . Cathode anode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 17°5 C.
Volume du liquide intérieur. V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
2h	0m	0s	2h	11m	54s	5	4,2017	0,3833
	11	54		22	5	4	3,9280	0,3583
	22	5		32	55	4	3,6923	0,3368
	32	55		41	32	3	3,4816	0,3176
	41	32		50	42	3	3,2727	0,2985
	50	42	3	0	31	3	3,0561	0,2787
3	0	31		10	57	3	2,8754	0,2623
	10	57		21	57	3	2,7272	0,2488
	21	57		33	43	3	2,5496	0,2326
	33	43		41	54	2	2,4440	0,2230
	41	54		50	32	2	2,3165	0,2113
	50	32		59	41	2	2,1858	0,1994

Total.... 37 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 3 gr. 375

Poids d'une goutte. . . . . $\frac{3,375}{37} = 0$ gr. 09122

Corrections

$$x = \frac{0{,}3833 - 0{,}1994}{11{,}466 - 0{,}499} = 0{,}0168$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 0{,}3833 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$	0,449	0,0083
$2 - 0{,}3583 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}998$	1,498	0,0251
$3 - 0{,}3368 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}996$	2,497	0,0419
$4 - 0{,}3176 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}994$	3,495	0,0586
$5 - 0{,}2985 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}991$	4,492	0,0753
$6 - 0{,}2787 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}987$	5,489	0,0920
$7 - 0{,}2623 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}984$	6,485	0,1087
$8 - 0{,}2488 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}980$	7,482	0,1255
$9 - 0{,}2326 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}976$	8,478	0,1422
$10 - 0{,}2230 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}972$	9,474	0,1589
$11 - 0{,}2113 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}968$	10,470	0,1756
$12 - 0{,}1994 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}964$	11,466	0,1922

L'électroosmose se produisant de la cathode vers l'anode la correction est additive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,3833	0,0083	0,3916	+ 0,0121
0,3583	0,0251	0,3834	+ 0,0039
0,3368	0,0419	0,3787	— 0,0008
0,3176	0,0586	0,3762	— 0,0033
0,2985	0,0753	0,3738	— 0,0055
0,2787	0,0920	0,3707	— 0,0088
0,2623	0,1087	0,3710	— 0,0085
0,2488	0,1255	0,3743	— 0,0052
0,2326	0,1422	0,3748	— 0,0047
0,2230	0,1589	0,3819	+ 0,0024
0,2113	0,1756	0,3869	+ 0,0074
0,1994	0,1922	0,3916	+ 0,0121

Transport total 4 gr. 5549

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{4,5549}{12} = 0 \text{ gr. } 3795$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,3795}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 1898}$$

CHAPITRE III

SOLUTIONS A CONCENTRATION TOTALE 15 °/₀

1

Solution de sulfate de cuivre à 15 °/₀

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 18° C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement de			à			Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
							Gouttes	Grammes
1h	5m	0s	1h	15m	3s	21	20,895	2,0290
	15	3		24	58	21	21,176	2,0562
	24	58		35	12	22	21,498	2,0875
	35	12		45	18	22	21,782	2,1150
	45	18		55	18	22	22,000	2,1362
	55	18	2	5	8	22	22,373	2,1724
2	5	8		15	13	23	22,810	2,2148
	15	13		25	9	23	23,154	2,2483
	25	9		34	57	23	23,470	2,2789
	34	57		45	7	24	23,606	2,2922
	45	7		55	13	24	23,762	2,3073
	55	13	3	5	18	24	23,801	2,3111

Total.... 271 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 26 gr. 314

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{26,314}{271} = 0$ gr. 09710

Corrections

$$x = \frac{2{,}3111 - 2{,}0290}{11{,}113 - 0{,}498} = 0{,}0265$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,498	0,0132
$1 - 2{,}0290 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}997$		
	1,493	0,0397
$2 - 2{,}0562 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}990$		
	2,483	0,0660
$3 - 2{,}0875 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}976$		
	3,466	0,0921
$4 - 2{,}1150 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}957$		
	4,444	0,1181
$5 - 2{,}1362 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}932$		
	5,416	0,1439
$6 - 2{,}1724 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}901$		
	6,382	0,1696
$7 - 2{,}2148 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}863$		
	7,341	0,1951
$8 - 2{,}2483 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}818$		
	8,292	0,2204
$9 - 2{,}2789 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}766$		
	9,238	0,2455
$10 - 2{,}2922 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}710$		
	10,178	0,2705
$11 - 2{,}3073 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}647$		
	11,113	0,2953
$12 - 2{,}3111 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}579$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
2,0290	0,0132	2,0158	— 0,0158
2,0562	0,0397	2,0165	— 0,0151
2,0875	0,0660	2,0215	— 0,0101
2,1150	0,0921	2,0229	— 0,0087
2,1362	0,1181	2,0181	— 0,0135
2,1724	0,1439	2,0285	— 0,0031
2,2148	0,1696	2,0452	+ 0,0136
2,2483	0,1951	2,0532	+ 0,0216
2,2789	0,2204	2,0585	+ 0,0269
2,2922	0,2455	2,0467	+ 0,0151
2,3073	0,2705	2,0368	+ 0,0052
2,3111	0,2953	2,0158	— 0,0158

Transport total 24 gr. 3795

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{24{,}3795}{12} = 2 \text{ gr. } 0316$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{2{,}0316}{2} = \underline{1 \text{ gr. } 0158}$$

2

Solution à concentration totale 15 %, *à savoir* { 3,75 % azotate de cuivre / 11,25 % sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 20° C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement de			à			Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprime en Gouttes	Grammes
1h	3m	0s	1h	13m	16s	10	9,740	0,8913
	13	16		23	10	10	10,101	0,9242
	23	10		32	39	10	10,545	0,9649
	32	39		42	44	11	10,909	0,9982
	42	44		52	25	11	11,359	1,0394
	52	25	2	2	37	12	11,765	1,0765
2	2	37		12	28	12	12,183	1,1147
	12	28		22	39	13	12,766	1,1681
	22	39		32	39	13	13,000	1,1895
	32	39		42	48	14	13,793	1,2621
	42	48		53	14	15	14,377	1,3155
	53	14	3	3	17	15	14,925	1,3657

Total... 146 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 13 gr. 359

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{13,359}{146} = 0$ gr. 09150

Corrections

$$x = \frac{1{,}3657 - 0{,}8913}{11{,}274 - 0{,}498} = 0{,}0440$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,498	0,0219
$1 - 0{,}8913 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$		
	1,497	0,0659
$2 - 0{,}9242 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}995$		
	2,492	0,1097
$3 - 0{,}9649 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}989$		
	3,484	0,1534
$4 - 0{,}9982 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}980$		
	4,473	0,1969
$5 - 1{,}0394 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}967$		
	5,459	0,2403
$6 - 1{,}0765 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}951$		
	6,441	0,2835
$7 - 1{,}1147 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}931$		
	7,418	0,3266
$8 - 1{,}1681 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}905$		
	8,391	0,3694
$9 - 1{,}1895 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}878$		
	9,359	0,4120
$10 - 1{,}2621 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}840$		
	10,319	0,4543
$11 - 1{,}3155 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}798$		
	11,274	0,4963
$12 - 1{,}3657 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}751$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,8913	0,0219	0,8694	+ 0,0211
0,9242	0,0659	0,8583	+ 0,0100
0,9649	0,1097	0,8552	+ 0,0069
0,9982	0,1534	0,8448	— 0,0035
1,0394	0,1969	0,8425	— 0,0058
1,0765	0,2403	0,8362	— 0,0121
1,1147	0,2835	0,8312	— 0,0171
1,1681	0,3266	0,8415	— 0,0068
1,1895	0,3694	0,8201	— 0,0282
1,2621	0,4120	0,8501	+ 0,0018
1,3155	0,4543	0,8612	+ 0,0129
1,3657	0,4963	0,8694	+ 0,0211

Transport total 10 gr. 1799

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{10,1799}{12} = 0 \text{ gr. } 8483$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,8483}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 4241}$$

3

Solution à concentration totale 15 %, *à savoir* { 7,5 % azotate de cuivre / 7,5 % sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 18°2 C.
Volume du liquide intérieur. V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement de			à			Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en Gouttes	Grammes
1h	7m	0s	1h	16m	26s	5	5,3003	0,5051
	16	26		27	4	6	5,6426	0,5378
	27	4		37	4	6	6,0000	0,5718
	37	4		46	30	6	6,3603	0,6062
	46	30		56	58	7	6,6879	0,6374
	56	58	2	6	59	7	6,9887	0,6660
2	6	59		16	32	7	7,3300	0,6986
	16	32		27	11	8	7,5116	0,7159
	27	11		36	17	7	7,6923	0,7331
	36	17		46	9	8	8,1081	0,7728
	46	9		56	55	9	8,3592	0,7967
	56	55	3	7	18	9	8,6676	0,8261

Total.... 85 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 8 gr. 101

Poids d'une goutte. . . . . $\frac{8,101}{85} = 0$ gr. 09531

Corrections

$$x = \frac{0{,}8261 - 0{,}5051}{11{,}363 - 0{,}499} = 0{,}0295$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,499	0,0147
$1 - 0{,}5051 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$		
	1,498	0,0443
$2 - 0{,}5378 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}997$		
	2,495	0,0737
$3 - 0{,}5718 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}993$		
	3,490	0,1031
$4 - 0{,}6062 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}988$		
	4,484	0,1325
$5 - 0{,}6374 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}980$		
	5,475	0,1618
$6 - 0{,}6660 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}970$		
	6,463	0,1910
$7 - 0{,}6986 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}957$		
	7,449	0,2201
$8 - 0{,}7159 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}942$		
	8,433	0,2492
$9 - 0{,}7331 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}925$		
	9,413	0,2781
$10 - 0{,}7728 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}902$		
	10,390	0,3070
$11 - 0{,}7967 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}878$		
	11,363	0,3357
$12 - 0{,}8261 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}849$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,5051	0,0147	0,4904	— 0,0060
0,5378	0,0443	0,4935	— 0,0029
0,5718	0,0737	0,4981	+ 0,0017
0,6062	0,1031	0,5031	+ 0,0067
0,6374	0,1325	0,5049	+ 0,0085
0,6660	0,1618	0,5042	+ 0,0078
0,6986	0,1910	0,5076	+ 0,0112
0,7159	0,2201	0,4958	— 0,0006
0,7331	0,2492	0,4839	— 0,0125
0,7728	0,2781	0,4947	— 0,0017
0,7967	0,3070	0,4897	— 0,0067
0,8261	0,3357	0,4904	— 0,0060
	Transport total	5 gr. 9563	

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{5,9563}{12} = 0 \text{ gr. } 4964$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,4964}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 2482}$$

4

Solution à concentration totale 15 %, *à savoir* { 11,25 % azotate de cuivre / 3,75 % sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . . T = 19°2 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	22m	0s	1h	29m	1s	1	1,4252	0,1381
	29	1		42	10	2	1,5209	0,1474
	42	10		48	22	1	1,6129	0,1563
	48	22	2	0	12	2	1,6901	0,1637
2	0	12		11	12	2	1,8182	0,1761
	11	12		21	35	2	1,9261	0,1866
	21	35		31	19	2	2,0548	0,1991
	31	19		40	21	2	2,2140	0,2145
	40	21		48	48	2	2,3668	0,2293
	48	48	3	0	43	3	2,5174	0,2439
3	0	43		11	52	3	2,6906	0,2607
	11	52		22	29	3	2,8257	0,2738

Total.... 25 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 2 gr. 422

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{2,422}{25} = 0$ gr. 09688

Corrections

$$x = \frac{0{,}2738 - 0{,}1381}{11{,}455 - 0{,}500} = 0{,}0124$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,500	0,0062
$1 - 0{,}1381 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}000$		
	1,499	0,0186
$2 - 0{,}1474 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}999$		
	2,498	0,0309
$3 - 0{,}1563 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}998$		
	3,497	0,0433
$4 - 0{,}1637 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}997$		
	4,495	0,0557
$5 - 0{,}1761 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}994$		
	5,492	0,0680
$6 - 0{,}1866 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}991$		
	6,489	0,0804
$7 - 0{,}1991 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}988$		
	7,485	0,0927
$8 - 0{,}2145 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}983$		
	8,479	0,1050
$9 - 0{,}2293 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}976$		
	9,472	0,1173
$10 - 0{,}2439 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}969$		
	10,464	0,1296
$11 - 0{,}2607 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}960$		
	11,455	0,1419
$12 - 0{,}2738 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}950$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,1381	0,0062	0,1319	+ 0,0069
0,1474	0,0186	0,1288	+ 0,0038
0,1563	0,0309	0,1254	+ 0,0004
0,1637	0,0433	0,1204	— 0,0046
0,1761	0,0557	0,1204	— 0,0046
0,1866	0,0680	0,1186	— 0,0064
0,1991	0,0804	0,1187	— 0,0063
0,2145	0,0927	0,1218	— 0,0032
0,2293	0,1050	0,1243	— 0,0007
0,2439	0,1173	0,1266	+ 0,0016
0,2607	0,1296	0,1311	+ 0,0061
0,2738	0,1419	0,1319	+ 0,0069
	Transport total	1 gr. 4999	

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{1,4999}{12} = 0 \text{ gr. } 1250$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,1250}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 0625}$$

5

Solution à 15 °/₀ d'azotate de cuivre

Sens du transport . . . . Cathode anode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 19° C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	0m	0s	1h	10m	52s	3	2,7607	0,2581
	10	52		22	52	3	2,5000	0,2337
	22	52		31	26	2	2,3346	0,2183
	31	26		40	27	2	2,2181	0,2074
	40	27		49	54	2	2,1164	0,1979
	49	54	2	0	4	2	1,9672	0,1839
2	0	4		10	51	2	1,8547	0,1734
	10	51		22	11	2	1,7647	0,1650
	22	11		34	19	2	1,6483	0,1541
	34	19		40	31	1	1,6130	0,1508
	40	31		53	53	2	1,4963	0,1399
	53	53	3	1	3	1	1,3953	0,1304

Total... 24 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . . 2 gr. 244

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{2,244}{24} = 0$ gr. 09350

Corrections

$$x = \frac{0{,}2581 - 0{,}1304}{11{,}477 - 0{,}500} = 0{,}0116$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,500	0,0058
$1 - 0{,}2581 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}000$		
	1,499	0,0174
$2 - 0{,}2337 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}999$		
	2,498	0,0291
$3 - 0{,}2183 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}997$		
	3,496	0,0407
$4 - 0{,}2074 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}996$		
	4,495	0,0523
$5 - 0{,}1979 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}994$		
	5,493	0,0639
$6 - 0{,}1839 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}992$		
	6,490	0,0755
$7 - 0{,}1734 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}989$		
	7,488	0,0871
$8 - 0{,}1650 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}987$		
	8,485	0,0987
$9 - 0{,}1541 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}984$		
	9,482	0,1103
$10 - 0{,}1508 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}981$		
	10,480	0,1219
$11 - 0{,}1399 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}979$		
	11,477	0,1335
$12 - 0{,}1304 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}976$		

L'électroosmose se produisant de la cathode vers l'anode la correction est additive.

Résultats

TRANSPORT			ECART de la moyenne
TOTAL	par la pression	par le courant	
0,2581	0,0058	0,2639	+ 0,0098
0,2337	0,0174	0,2511	— 0,0030
0,2183	0,0291	0,2474	— 0,0067
0,2074	0,0407	0,2481	— 0,0060
0,1979	0,0523	0,2502	— 0,0039
0,1839	0,0639	0,2478	— 0,0063
0,1734	0,0755	0,2489	— 0,0052
0,1650	0,0871	0,2521	— 0,0020
0,1541	0,0987	0,2528	— 0,0013
0,1508	0,1103	0,2611	+ 0,0070
0,1399	0,1219	0,2618	+ 0,0077
0,1304	0,1335	0,2639	+ 0,0098

Transport total par le courant en deux heures. 3 gr. 0491

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{3,0491}{12} = 0 \text{ gr. } 2541$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,2541}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 1270}$$

CHAPITRE IV

SOLUTIONS A CONCENTRATION TOTALE 20 %

1

Solution de sulfate de cuivre à 20 %

Sens du transport . . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 17°2 C.
Volume du liquide intérieur. V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	42m	0s	1h	51m	47s	16	16,354	1,5432
	51	47	2	2	1	17	16,612	1,5675
2	2	1		12	3	17	16,943	1,5988
	12	3		22	2	17	17,028	1,6068
	22	2		31	52	17	17,288	1,6313
	31	52		42	6	18	17,589	1,6597
	42	6		52	10	18	17,880	1,6872
	52	10	3	2	12	18	17,940	1,6928
3	2	12		12	9	18	18,090	1,7070
	12	9		22	3	18	18,182	1,7156
	22	3		31	48	18	18,461	1,7420
	31	48		42	0	19	18,627	1,7577

Total.... 211 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 19 gr. 910

Poids d'une goutte. . . . . $\frac{19,910}{211} = 0$ gr. 09436

Corrections

$$x = \frac{1,7577 - 1,5432}{11,206 - 0,499} = 0,0200$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 1,5432 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0,998$	0,499	0,0100
$2 - 1,5675 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1,992$	1,495	0,0300
$3 - 1,5988 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2,982$	2,487	0,0498
$4 - 1,6068 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3,967$	3,474	0,0696
$5 - 1,6313 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4,948$	4,457	0,0893
$6 - 1,6597 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5,924$	5,436	0,1089
$7 - 1,6872 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6,895$	6,409	0,1284
$8 - 1,6928 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7,863$	7,379	0,1478
$9 - 1,7070 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8,825$	8,344	0,1672
$10 - 1,7156 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9,783$	9,304	0,1864
$11 - 1,7420 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10,733$	10,258	0,2055
$12 - 1,7577 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11,680$	11,206	0,2245

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
1,5432	0,0100	1,5332	— 0,0078
1,5675	0,0300	1,5375	— 0,0035
1,5988	0,0498	1,5490	+ 0,0080
1,6068	0,0696	1,5372	— 0,0038
1,6313	0,0893	1,5420	+ 0,0010
1,6597	0,1089	1,5508	+ 0,0098
1,6872	0,1284	1,5588	+ 0,0178
1,6928	0,1478	1,5450	+ 0,0040
1,7070	0,1672	1,5398	— 0,0012
1,7156	0,1864	1,5292	— 0,0118
1,7420	0,2055	1,5365	— 0,0045
1,7577	0,2245	1,5332	— 0,0078

Transport total 18 gr. 4922

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{18,4922}{12} = 1 \text{ gr. } 5410$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{1,5410}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 7705}$$

2

Solution à concentration totale 20 °/₀, *à savoir* { 5 °/₀ azotate de cuivre / 15 °/₀ sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 18°5 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	0m	0s	1h	10m	14s	7	6,8403	0,6537
	10	14		20	2	7	7,1428	0,6826
	20	2		29	36	7	7,3172	0,6993
	29	36		40	10	8	7,5710	0,7235
	40	10		50	14	8	7,9470	0,7594
	50	14		59	55	8	8,2615	0,7895
	59	55	2	10	22	9	8,6124	0,8230
2	10	22		20	31	9	8,8668	0,8474
	20	31		30	17	9	9,2148	0,8806
	30	17		39	40	9	9,5914	0,9166
	39	40		49	51	10	9,8200	0,9384
	49	51		59	50	10	10,0170	0,9572

Total.... 101 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 9 gr. 652

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{9,652}{101} = 0$ gr. 09557

Corrections

$$x = \frac{0{,}9572 - 0{,}6537}{11{,}341 - 0{,}499} = 0{,}0280$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,499	0,0140
$1 - 0{,}6537 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$		
	1,497	0,0419
$2 - 0{,}6826 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}996$		
	2,494	0,0698
$3 - 0{,}6993 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}992$		
	3,488	0,0976
$4 - 0{,}7235 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}985$		
	4,480	0,1254
$5 - 0{,}7594 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}976$		
	5,470	0,1531
$6 - 0{,}7895 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}964$		
	6,456	0,1807
$7 - 0{,}8230 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}949$		
	7,440	0,2083
$8 - 0{,}8474 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}931$		
	8,420	0,2357
$9 - 0{,}8806 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}910$		
	9,397	0,2631
$10 - 0{,}9166 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}884$		
	10,370	0,2903
$11 - 0{,}9384 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}856$		
	11,341	0,3175
$12 - 0{,}9572 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}826$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart
Total	par la pression	par le courant	de la moyenne
0,6537	0,0140	0,6397	+ 0,0002
0,6826	0,0419	0,6407	+ 0,0012
0,6993	0,0698	0,6295	— 0,0100
0,7235	0,0976	0,6259	— 0,0136
0,7594	0,1254	0,6340	— 0,0055
0,7895	0,1531	0,6364	— 0,0031
0,8230	0,1807	0,6423	+ 0,0028
0,8474	0,2083	0,6391	— 0,0004
0,8806	0,2357	0,6449	+ 0,0054
0,9166	0,2631	0,6535	+ 0,0140
0,9384	0,2903	0,6481	+ 0,0086
0,9572	0,3175	0,6397	+ 0,0002
	Transport total	7 gr. 6738	

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{7,6738}{12} = 0 \text{ gr. } 6395$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,6395}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 3197}$$

3

Solution à concentration totale 20 °/₀, *à savoir* { 10 °/₀ azotate de cuivre / 10 °/₀ sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 19°4 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprime en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	38m	0s	1h	47m	43s	4	4,1166	0,3865
	47	43		56	58	4	4,3243	0,4060
	56	58	2	6	0	4	4,4280	0,4157
2	6	0		16	37	5	4,7095	0,4422
	16	37		26	58	5	4,8309	0,4536
	26	58		36	47	5	5,0933	0,4782
	36	47		46	14	5	5,2910	0,4968
	46	14		57	4	6	5,5385	0,5200
	57	4	3	7	39	6	5,6693	0,5323
3	7	39		17	49	6	5,9016	0,5541
	17	49		27	41	6	6,0810	0,5709
	27	41		37	9	6	6,3380	0,5951

Total... 62 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 5 gr. 821

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{5,821}{62} = 0$ gr. 09389

Corrections

$$x = \frac{0{,}5951 - 0{,}3865}{11{,}402 - 0{,}499} = 0{,}0191$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 0{,}3865 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$	0,499	0,0096
$2 - 0{,}4060 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}998$	1,498	0,0287
$3 - 0{,}4157 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}995$	2,496	0,0478
$4 - 0{,}4422 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}991$	3,493	0,0668
$5 - 0{,}4536 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}986$	4,488	0,0859
$6 - 0{,}4782 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}978$	5,482	0,1049
$7 - 0{,}4968 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}969$	6,473	0,1238
$8 - 0{,}5200 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}958$	7,463	0,1428
$9 - 0{,}5323 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}945$	8,451	0,1617
$10 - 0{,}5541 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}930$	9,437	0,1805
$11 - 0{,}5709 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}912$	10,421	0,1994
$12 - 0{,}5951 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}892$	11,402	0,2182

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,3865	0,0096	0,3769	+ 0,0035
0,4060	0,0287	0,3773	+ 0,0039
0,4157	0,0478	0,3679	— 0,0055
0,4422	0,0668	0,3754	+ 0,0020
0,4536	0,0859	0,3677	— 0,0057
0,4782	0,1049	0,3733	— 0,0001
0,4968	0,1238	0,3730	— 0,0004
0,5200	0,1428	0,3772	+ 0,0038
0,5323	0,1617	0,3706	— 0,0028
0,5541	0,1805	0,3736	+ 0,0002
0,5709	0,1994	0,3715	— 0,0019
0,5951	0,2182	0,3769	+ 0,0035
	Transport total	4 gr. 4813	

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{4,4813}{12} = 0 \text{ gr. } 3734$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,3734}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 1867}$$

4

Solution à concentration totale 20°/₀, *à savoir* { 15 °/₀ azotate de cuivre ; 5°/₀ sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 20° C.
Volume du liquide intérieur. V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement de			à			Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en Gouttes	Grammes
1 h	30 m	0 s	1 h	40 m	21 s	1	0,9662	0,0925
	40	21		49	18	1	1,1173	0,1070
	49	18		57	37	1	1,2024	0,1152
	57	37	2	5	38	1	1,2474	0,1195
2	5	38		20	3	2	1,3873	0,1329
	20	3		26	52	1	1,4670	0,1405
	26	52		40	17	2	1,4907	0,1428
	40	17		52	52	2	1,5894	0,1522
	52	52		59	2	1	1,6216	0,1553
	59	2	3	10	45	2	1,7070	0,1635
3	10	45		22	1	2	1,7751	0,1700
	22	1		32	56	2	1,8320	0,1755

Total.... 18 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 1 gr. 724

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{1,724}{18} = 0$ gr. 09578

Corrections

$$x = \frac{0{,}1755 - 0{,}0925}{11{,}471 - 0{,}500} = 0{,}00757$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 0{,}0925 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}000$	0,500	0,0038
$2 - 0{,}1070 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}999$	1,499	0,0113
$3 - 0{,}1152 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}999$	2,499	0,0189
$4 - 0{,}1195 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}998$	3,498	0,0265
$5 - 0{,}1329 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}996$	4,497	0,0340
$6 - 0{,}1405 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}994$	5,495	0,0416
$7 - 0{,}1428 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}991$	6,492	0,0491
$8 - 0{,}1522 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}988$	7,489	0,0567
$9 - 0{,}1553 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}984$	8,486	0,0642
$10 - 0{,}1635 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}979$	9,481	0,0717
$11 - 0{,}1700 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}974$	10,476	0,0793
$12 - 0{,}1755 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}968$	11,471	0,0868

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,0925	0,0038	0,0887	— 0,0049
0,1070	0,0113	0,0957	+ 0,0021
0,1152	0,0189	0,0963	+ 0,0027
0,1195	0,0265	0,0930	— 0,0006
0,1329	0,0340	0,0989	+ 0,0053
0,1405	0,0416	0,0989	+ 0,0053
0,1428	0,0491	0,0937	+ 0,0001
0,1522	0,0567	0,0955	+ 0,0019
0,1553	0,0642	0,0911	— 0,0025
0,1635	0,0717	0,0918	— 0,0018
0,1700	0,0793	0,0907	— 0,0029
0,1755	0,0868	0,0887	— 0,0049
	Transport total	1 gr. 1230	

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{1,1230}{12} = 0 \text{ gr. } 0936$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,0936}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 0468}$$

5

Solution à 20 °/₀ d'azotate de cuivre

Sens du transport . . . . Cathode anode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 19°6 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	15m	0s	1h	24m	53s	2	2,0236	0,1868
	24	53		34	58	2	1,9834	0,1831
	34	58		45	18	2	1,9355	0,1787
	45	18		55	58	2	1,8750	0,1731
	55	58	2	7	0	2	1,8127	0,1674
2	7	0		18	29	2	1,7416	0,1608
	18	29		24	25	1	1,6855	0,1556
	24	25		36	42	2	1,6283	0,1504
	36	42		49	47	2	1,5287	0,1411
	49	47		56	28	1	1,4963	0,1381
	56	28	3	10	25	2	1,4336	0,1324
3	10	25		17	33	1	1,4019	0,1294

Total... 21 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . : 1 gr. 939

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{1,939}{21} = 0$ gr. 09233

Corrections

$$x = \frac{0{,}1868 - 0{,}1294}{11{,}478 - 0{,}500} = 0{,}00523$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 0{,}1868 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}000$	0,500	0,0026
$2 - 0{,}1831 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}999$	1,500	0,0078
$3 - 0{,}1787 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}998$	2,499	0,0131
$4 - 0{,}1731 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}996$	3,497	0,0183
$5 - 0{,}1674 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}995$	4,496	0,0235
$6 - 0{,}1608 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}993$	5,494	0,0287
$7 - 0{,}1556 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}989$	6,491	0,0339
$8 - 0{,}1504 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}988$	7,489	0,0392
$9 - 0{,}1411 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}986$	8,487	0,0444
$10 - 0{,}1381 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}983$	9,484	0,0496
$11 - 0{,}1324 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}980$	10,481	0,0548
$12 - 0{,}1294 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}976$	11,478	0,0600

L'électroosmose se produisant de la cathode vers l'anode la correction est additive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,1868	0,0026	0,1894	± 0,0000
0,1831	0,0078	0,1909	+ 0,0015
0,1787	0,0131	0,1918	+ 0,0024
0,1731	0,0183	0,1914	+ 0,0020
0,1674	0,0235	0,1909	+ 0,0015
0,1608	0,0287	0,1895	+ 0,0001
0,1556	0,0339	0,1895	+ 0,0001
0,1504	0,0392	0,1896	+ 0,0002
0,1411	0,0444	0,1855	— 0,0039
0,1381	0,0496	0,1877	— 0,0017
0,1324	0,0548	0,1872	— 0,0022
0,1294	0,0600	0,1894	± 0,0000

Transport total 2 gr. 2728
par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{2,2728}{12} = 0 \text{ gr. } 1894$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,1894}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 0947}$$

CHAPITRE V

SOLUTIONS A CONCENTRATION TOTALE 25 %

1

Solution de sulfate de cuivre à 25 %

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 17°6 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
1h	24m	0s	1h	34m	22s	13	12,540	1,2337
	34	22		43	50	12	12,676	1,2471
	43	50		53	59	13	12,808	1,2601
	53	59	2	4	2	13	12,935	1,2726
2	4	2		13	59	13	13,065	1,2854
	13	59		23	53	13	13,131	1,2919
	23	53		33	40	13	13,288	1,3073
	33	40		43	20	13	13,448	1,3231
	43	20		53	37	14	13,614	1,3394
	53	37	3	3	50	14	13,703	1,3482
3	3	50		13	57	14	13,838	1,3615
	13	57		24	0	14	13,930	1,3705

Total.... 159 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 15 gr. 643

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{15,643}{159} = 0$ gr. 09838

Corrections

$$x = \frac{1{,}3705 - 1{,}2337}{11{,}270 - 0{,}499} = 0{,}0127$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,499	0,0063
$1 - 1{,}2337 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}998$		
	1,496	0,0190
$2 - 1{,}2471 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}994$		
	2,490	0,0316
$3 - 1{,}2601 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}986$		
	3,480	0,0442
$4 - 1{,}2726 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}974$		
	4,466	0,0567
$5 - 1{,}2854 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}959$		
	5,450	0,0692
$6 - 1{,}2919 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}941$		
	6,430	0,0817
$7 - 1{,}3073 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}919$		
	7,406	0,0941
$8 - 1{,}3231 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}893$		
	8,378	0,1064
$9 - 1{,}3394 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}863$		
	9,346	0,1187
$10 - 1{,}3482 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}829$		
	10,310	0,1309
$11 - 1{,}3615 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}791$		
	11,270	0,1431
$12 - 1{,}3705 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}750$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
1,2337	0,0063	1,2274	— 0,0008
1,2471	0,0190	1,2281	— 0,0001
1,2601	0,0316	1,2285	+ 0,0003
1,2726	0,0442	1,2284	+ 0,0002
1,2854	0,0567	1,2287	+ 0,0005
1,2919	0,0692	1,2227	— 0,0055
1,3073	0,0817	1,2256	— 0,0026
1,3231	0,0941	1,2290	+ 0,0008
1,3394	0,1064	1,2330	+ 0,0048
1,3482	0,1187	1,2295	+ 0,0013
1,3615	0,1309	1,2306	+ 0,0024
1,3705	0,1431	1,2274	— 0,0008

Transport total par le courant en deux heures. 14 gr. 7389

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{14,7389}{12} = 1 \text{ gr. } 2282$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{1,2282}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 6141}$$

2

Solution à concentration totale 25 %, *à savoir* { 6,25 % azotate de cuivre / 18,75 % sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 17°2 C.
Volume du liquide intérieur. V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement de			à			Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en Gouttes	Grammes
2h	15m	0s	2h	24m	3s	5	5,5249	0,5139
	24	3		34	29	6	5,7509	0,5350
	34	29		44	28	6	6,0100	0,5591
	44	28		55	34	7	6,3064	0,5866
	55	34	3	4	53	6	6,4400	0,5991
3	4	53		15	24	7	6,6561	0,6192
	15	24		25	29	7	6,9421	0,6458
	25	29		35	13	7	7,1918	0,6690
	35	13		44	37	7	7,4468	0,6927
	44	37		54	59	8	7,7170	0,7179
	54	59	4	5	10	8	7,8560	0,7308
4	5	10		15	10	8	8,0000	0,7442

Total.... 82 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 7 gr. 628

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{7,628}{82} = 0$ gr. 09303

Corrections

$$x = \frac{0{,}7442 - 0{,}5139}{11{,}376 - 0{,}499} = 0{,}0212$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,499	0,0106
$1 - 0{,}5139 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 0{,}999$		
	1,498	0,0317
$2 - 0{,}5350 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}997$		
	2,495	0,0528
$3 - 0{,}5591 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}994$		
	3,491	0,0739
$4 - 0{,}5866 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}988$		
	4,484	0,0949
$5 - 0{,}5991 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}981$		
	5,476	0,1159
$6 - 0{,}6192 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}972$		
	6,466	0,1369
$7 - 0{,}6458 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}960$		
	7,453	0,1578
$8 - 0{,}6690 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}946$		
	8,437	0,1786
$9 - 0{,}6927 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}929$		
	9,419	0,1994
$10 - 0{,}7179 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}909$		
	10,398	0,2202
$11 - 0{,}7308 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}888$		
	11,376	0,2409
$12 - 0{,}7442 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}864$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,5139	0,0106	0,5033	— 0,0050
0,5350	0,0317	0,5033	— 0,0050
0,5591	0,0528	0,5063	— 0,0020
0,5866	0,0739	0,5127	+ 0,0044
0,5991	0,0949	0,5042	— 0,0041
0,6192	0,1159	0,5033	— 0,0050
0,6458	0,1369	0,5089	+ 0,0006
0,6690	0,1578	0,5112	+ 0,0029
0,6927	0,1786	0,5141	+ 0,0058
0,7179	0,1994	0,5185	+ 0,0102
0,7308	0,2202	0,5106	+ 0,0023
0,7442	0,2409	0,5033	— 0,0050
	Transport total	6 gr. 0997	

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{6,0997}{12} = 0 \text{ gr. } 5083$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,5083}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 2541}$$

3

Solution à concentration totale 25 °/₀, *à savoir* { 12,5 °/₀ azotate de cuivre / 12,5 °/₀ sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 19°6 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations .

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
2h	24m	0s	2h	33m	27s	3	3,1746	0,2992
	33	27		42	34	3	3,2906	0,3101
	42	34		54	29	4	3,3558	0,3162
	54	29	3	3	15	3	3,4220	0,3225
3	3	15		11	50	3	3,4951	0,3294
	11	50		22	58	4	3,5927	0,3386
	22	58		33	57	4	3,6418	0,3432
	33	57		42	4	3	3,6901	0,3483
	42	4		52	37	4	3,7915	0,3573
	52	37	4	2	59	4	3,8585	0,3636
4	2	59		13	17	4	3,8835	0,3659
	13	17		23	23	4	3,9604	0,3732

Total... 43 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 4 gr. 052

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{4,052}{43} = 0$ gr. 09423

Corrections

$$x = \frac{0{,}3732 - 0{,}2992}{11{,}438 - 0{,}500} = 0{,}00677$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
$1 - 0{,}2992 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}000$	0,500	0,0034
$2 - 0{,}3101 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}998$	1,499	0,0101
$3 - 0{,}3162 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}996$	2,497	0,0169
$4 - 0{,}3225 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}993$	3,494	0,0236
$5 - 0{,}3294 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}990$	4,491	0,0304
$6 - 0{,}3386 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}985$	5,487	0,0371
$7 - 0{,}3432 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}979$	6,482	0,0439
$8 - 0{,}3483 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}972$	7,475	0,0506
$9 - 0{,}3573 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}963$	8,467	0,0573
$10 - 0{,}3636 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}954$	9,458	0,0640
$11 - 0{,}3659 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}944$	10,449	0,0707
$12 - 0{,}3732 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}932$	11,438	0,0774

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,2992	0,0034	0,2958	— 0,0027
0,3101	0,0101	0,3000	+ 0,0015
0,3162	0,0169	0,2993	+ 0,0008
0,3225	0,0236	0,2989	+ 0,0004
0,3294	0,0304	0,2990	+ 0,0005
0,3386	0,0371	0,3015	+ 0,0030
0,3432	0,0439	0,2993	+ 0,0008
0,3483	0,0506	0,2977	— 0,0008
0,3573	0,0573	0,3000	+ 0,0015
0,3636	0,0640	0,2996	+ 0,0009
0,3659	0,0707	0,2952	— 0,0033
0,3732	0,0774	0,2958	— 0,0027

Transport total 3 gr. 5821

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{3,5821}{12} = 0 \text{ gr. } 2985$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,2985}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 1492}$$

4

Solutions à concentration totale 25 °/₀, *à savoir* { 18,75 °/₀ azotate de cuivre / 6,25 °/₀ sulfate de cuivre

Sens du transport . . . . Anode cathode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 17°8 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Ecoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
2h	4m	0s	2h	15m	53s	1	0,8415	0,0785
	15	53		27	33	1	0,8571	0,0799
	27	33		38	48	1	0,8889	0,0829
	38	48		49	57	1	0,8968	0,0836
	49	57	3	0	48	1	0,9217	0,0859
3	0	48		11	18	1	0,9524	0,0888
	11	18		21	36	1	0,9709	0,0905
	21	36		31	47	1	0,9820	0,0916
	31	47		41	5	1	1,0752	0,1003
	41	5		50	4	1	1,1132	0,1038
	50	4		58	42	1	1,1583	0,1080
	58	42	4	7	11	1	1,1788	0,1099

Total.... 12 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 1 gr. 119

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{1,119}{12} = 0$ gr. 09325

Corrections

$$x = \frac{0{,}1099 - 0{,}0785}{11{,}481 - 0{,}500} = 0{,}00286$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,500	0,0014
$1 - 0{,}0785 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}000$		
	1,500	0,0043
$2 - 0{,}0799 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 2{,}000$		
	2,499	0,0072
$3 - 0{,}0829 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}999$		
	3,498	0,0100
$4 - 0{,}0836 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}998$		
	4,497	0,0129
$5 - 0{,}0859 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}997$		
	5,496	0,0157
$6 - 0{,}0888 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}996$		
	6,495	0,0186
$7 - 0{,}0905 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}994$		
	7,493	0,0214
$8 - 0{,}0916 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}993$		
	8,491	0,0243
$9 - 0{,}1003 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}990$		
	9,488	0,0271
$10 - 0{,}1038 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}987$		
	10,485	0,0300
$11 - 0{,}1080 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}983$		
	11,481	0,0328
$12 - 0{,}1099 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}980$		

L'électroosmose se produisant de l'anode vers la cathode la correction est soustractive.

Résultats

TRANSPORT			Ecart de la moyenne
Total	par la pression	par le courant	
0,0785	0,0014	0,0771	+ 0,0023
0,0799	0,0043	0,0756	+ 0,0008
0,0829	0,0072	0,0757	+ 0,0009
0,0836	0,0100	0,0736	— 0,0012
0,0859	0,0129	0,0730	— 0,0018
0,0888	0,0157	0,0731	— 0,0017
0,0905	0,0186	0,0719	— 0,0029
0,0916	0,0214	0,0702	— 0,0046
0,1003	0,0243	0,0760	+ 0,0012
0,1038	0,0271	0,0767	+ 0,0019
0,1080	0,0300	0,0780	+ 0,0032
0,1099	0,0328	0,0771	+ 0,0023

Transport total 0 gr. 8980

par le courant en deux heures.

Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

$$M = \frac{0,8980}{12} = 0 \text{ gr. } 0748$$

et par ampère

$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,0748}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 0374}$$

5

Solution à 25 % d'azotate de cuivre

Sens du transport . . . . Cathode anode
Intensité du courant . . . I = 2 ampères
Température du liquide . . T = 19°4 C.
Volume du liquide intérieur V = 395 cc.

Observations

Durée de l'Écoulement						Gouttes recueillies	Liquide écoulé en 10m exprimé en	
de			à				Gouttes	Grammes
2h	10m	0s	2h	22m	23s	2	1,6151	0,1532
	22	23		28	41	1	1,5873	0,1506
	28	41		41	41	2	1,5385	0,1460
	41	41		48	24	1	1,4888	0,1413
	48	24	3	2	15	2	1,4440	0,1370
3	2	15		9	24	1	1,3986	0,1327
	9	24		16	56	1	1,3274	0,1259
	16	56		32	21	2	1,2973	0,1231
	32	21		40	16	1	1,2632	0,1199
	40	16		56	19	2	1,2461	0,1182
	56	19	4	4	27	1	1,2295	0,1167
4	4	27		12	43	1	1,2097	0,1148

Total... 17 gouttes

Poids du liquide recueilli . . . 1 gr. 613

Poids d'une goutte . . . . . $\frac{1,613}{17} = 0$ gr. 09488

Corrections

$$x = \frac{0{,}1532 - 0{,}1148}{11{,}480 - 0{,}500} = 0{,}00350$$

$n - \frac{v}{V} \cdot n^2 \cdot \frac{1}{2}$	p	px
	0,500	0,0018
$1 - 0{,}1532 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}000$		
	1,499	0,0052
$2 - 0{,}1506 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{4}{2} = 1{,}999$		
	2,498	0,0087
$3 - 0{,}1460 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{9}{2} = 2{,}998$		
	3,497	0,0122
$4 - 0{,}1413 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{16}{2} = 3{,}997$		
	4,496	0,0157
$5 - 0{,}1370 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{25}{2} = 4{,}996$		
	5,495	0,0192
$6 - 0{,}1327 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{36}{2} = 5{,}994$		
	6,493	0,0227
$7 - 0{,}1259 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{49}{2} = 6{,}992$		
	7,491	0,0262
$8 - 0{,}1231 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{64}{2} = 7{,}990$		
	8,489	0,0297
$9 - 0{,}1199 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{81}{2} = 8{,}988$		
	9,486	0,0332
$10 - 0{,}1182 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{100}{2} = 9{,}985$		
	10,483	0,0367
$11 - 0{,}1167 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{121}{2} = 10{,}982$		
	11,480	0,0402
$12 - 0{,}1148 \cdot \frac{1}{395} \cdot \frac{144}{2} = 11{,}979$		

L'électroosmose se produisant de la cathode vers l'anode la correction est additive.

Résultats

TRANSPORT			ECART
TOTAL	par la pression	par le courant	de la moyenne
0,1532	0,0018	0,1550	+ 0,0024
0,1506	0,0052	0,1558	+ 0,0032
0,1460	0,0087	0,1547	+ 0,0021
0,1413	0,0122	0,1535	+ 0,0009
0,1370	0,0157	0,1527	+ 0,0001
0,1327	0,0192	0,1519	— 0,0007
0,1259	0,0227	0,1486	— 0,0040
0,1231	0,0262	0,1493	— 0,0033
0,1199	0,0297	0,1496	— 0,0030
0,1182	0,0332	0,1514	— 0,0012
0,1167	0,0367	0,1534	+ 0,0008
0,1148	0,0402	0,1550	+ 0,0024
	Transport total	1 gr. 8309	

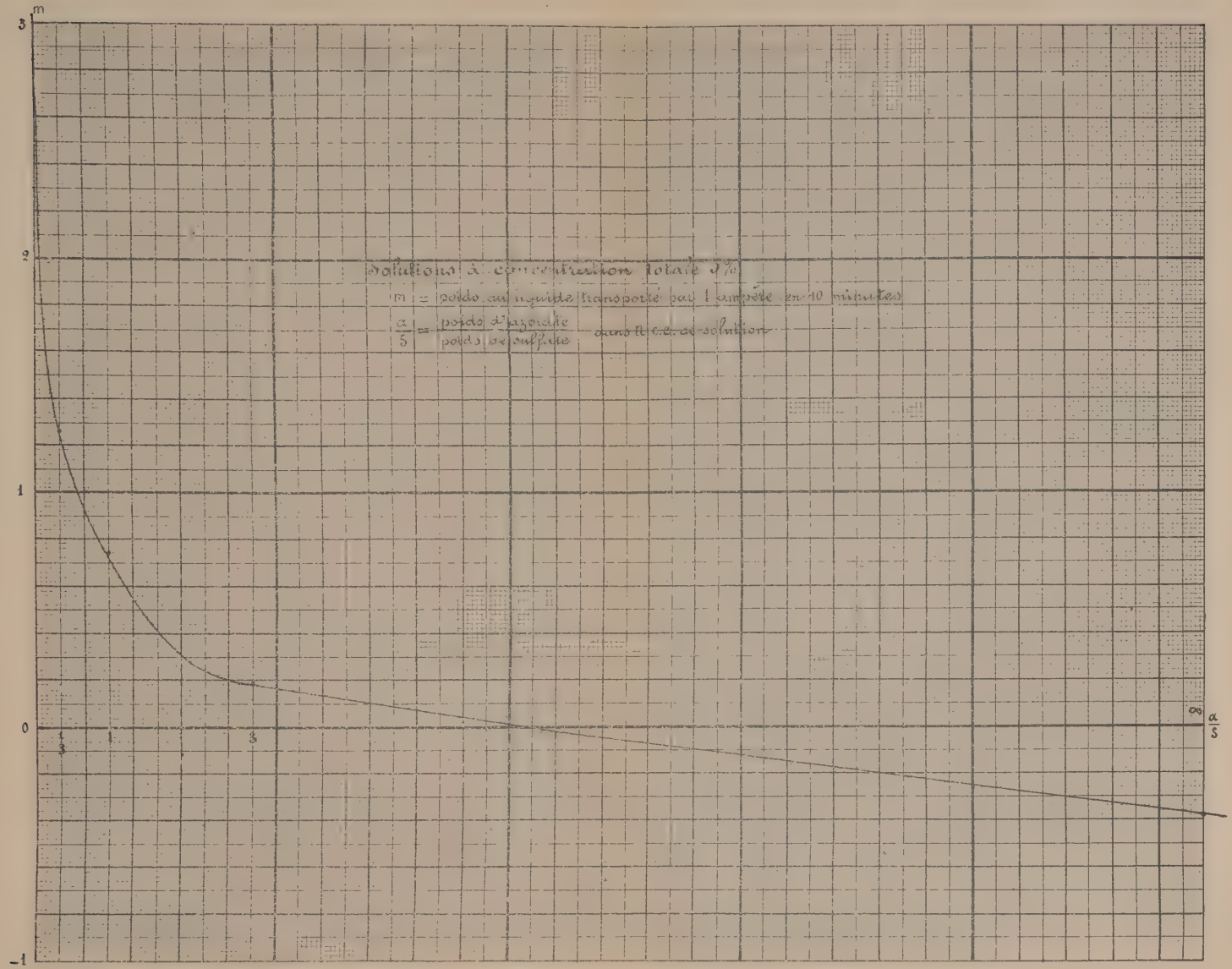
par le courant en deux heures.

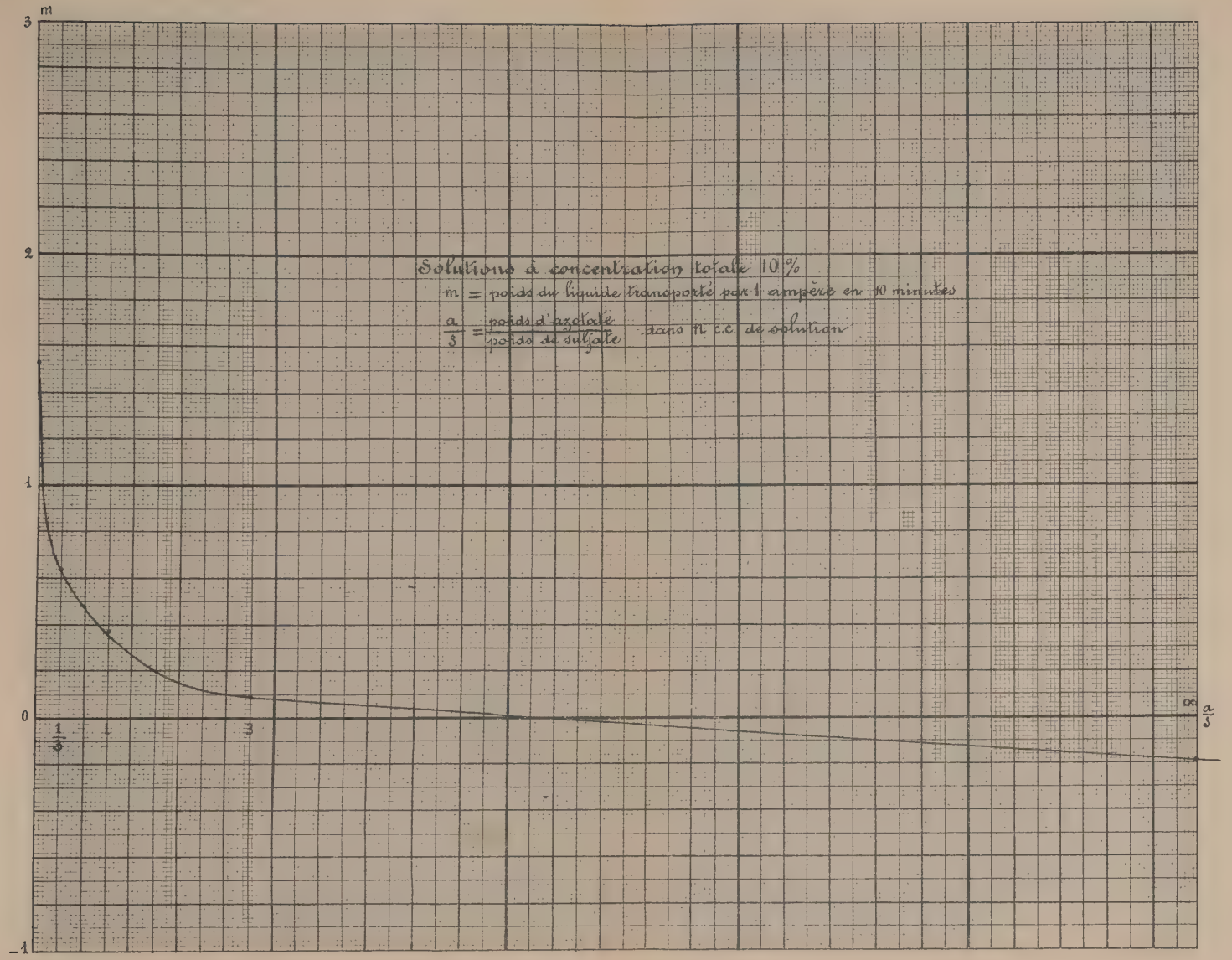
Moyenne des poids de liquide transportés par le courant en dix minutes

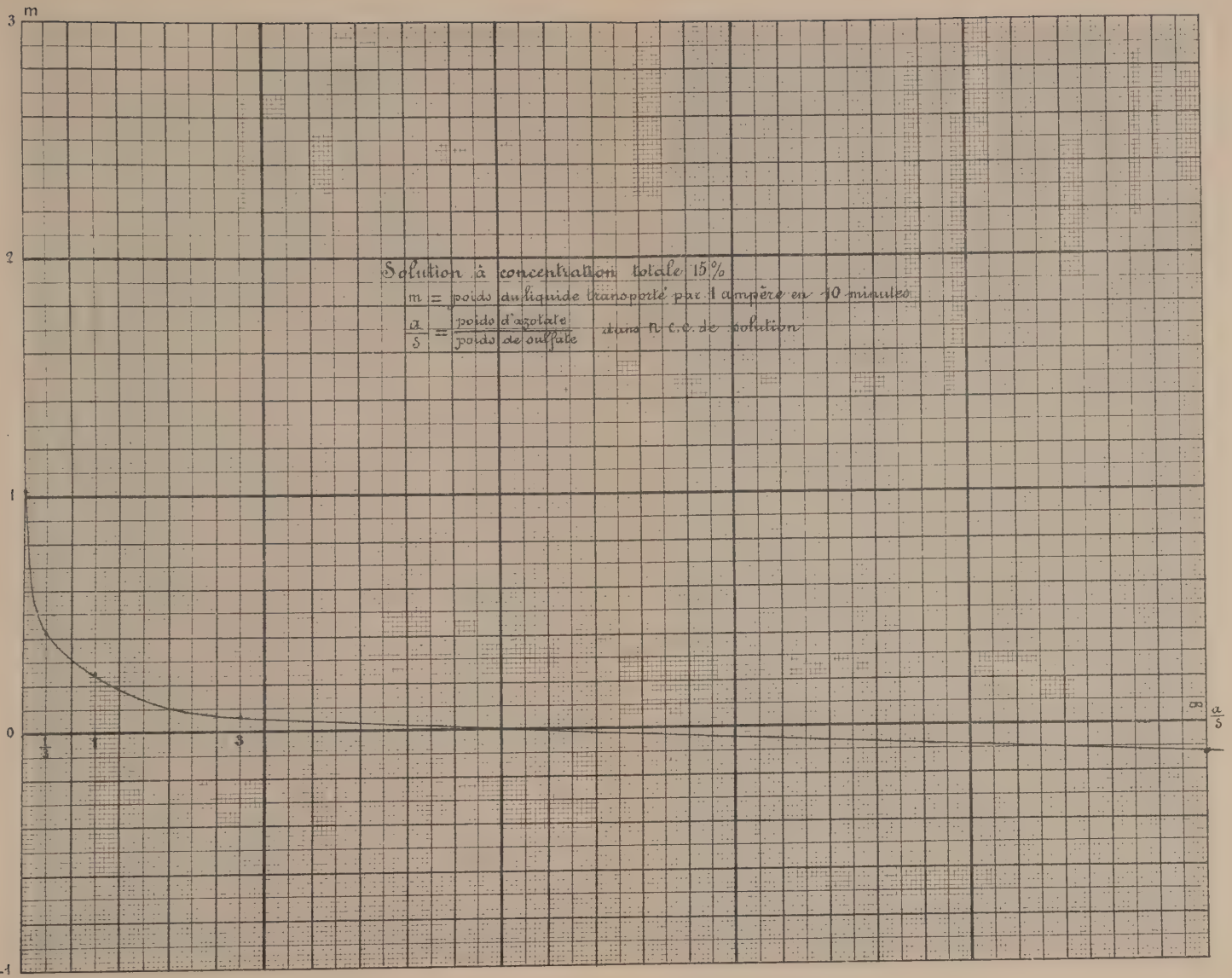
$$M = \frac{1,8309}{12} = 0 \text{ gr. } 1526$$

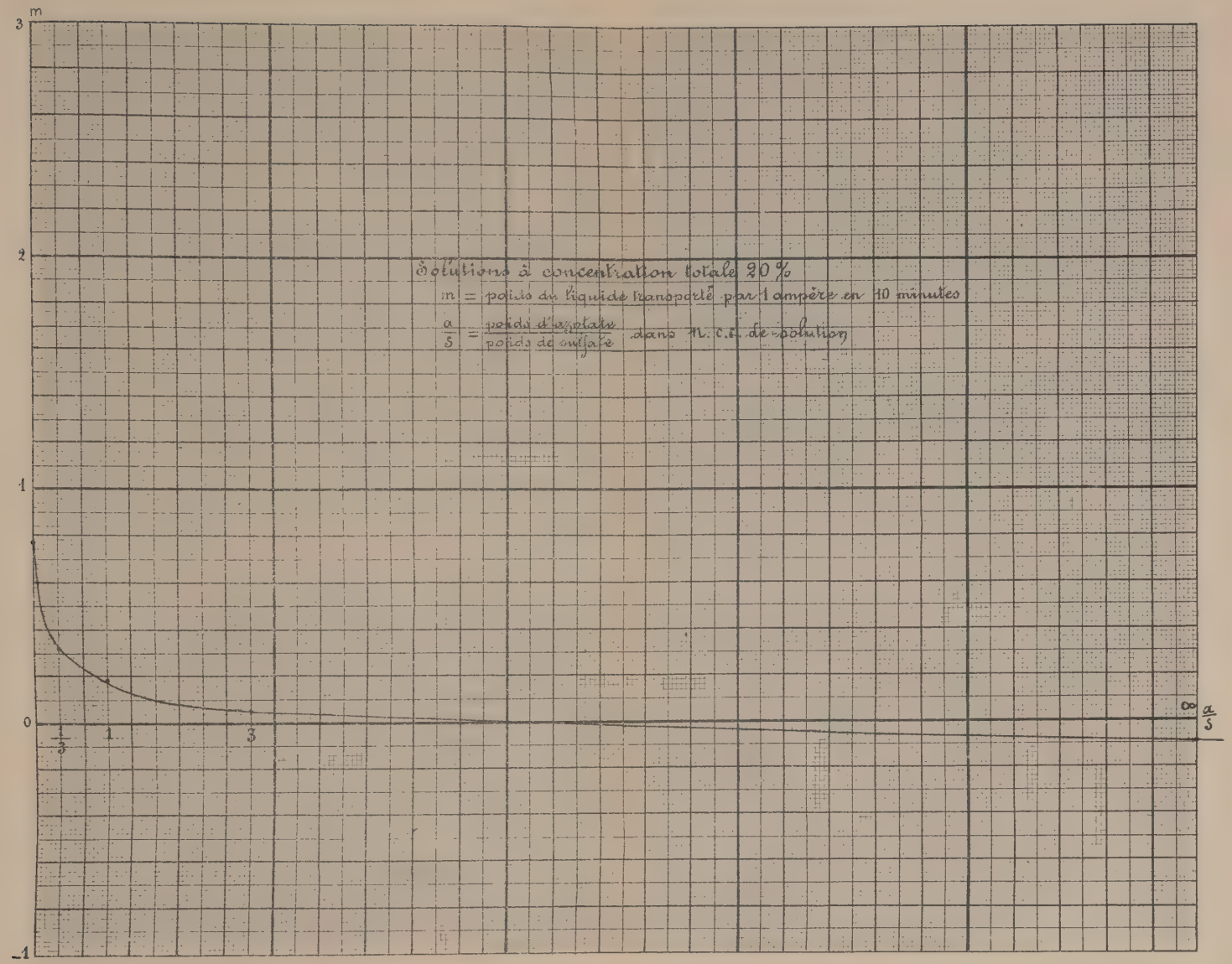
et par ampère

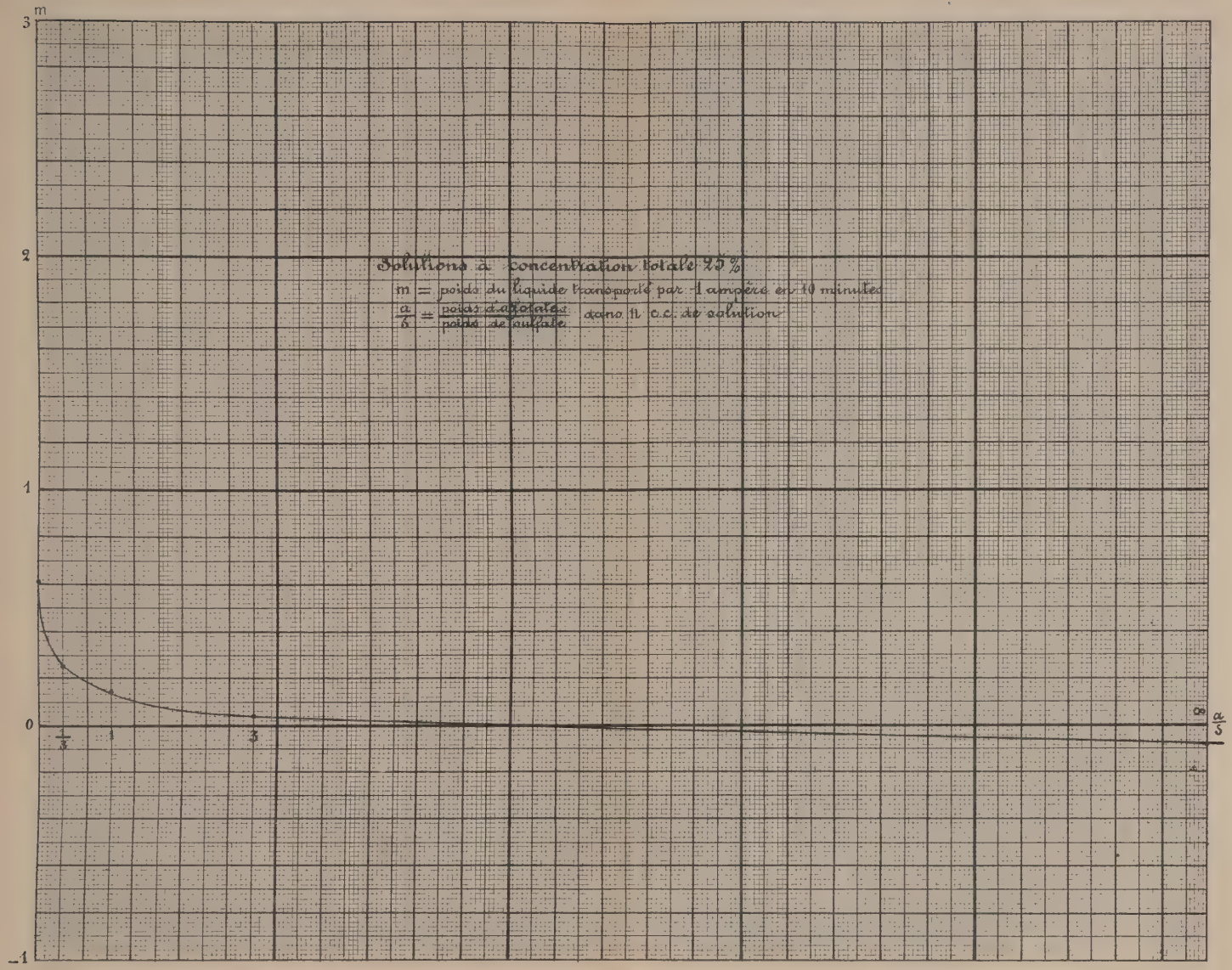
$$m = \frac{M}{I} = \frac{0,1526}{2} = \underline{0 \text{ gr. } 0763}$$


m
3
2
1
0
-1
Solutions à concentration totale d'%
m = poids en équivalent transporté par 1 ampère en 10 minutes
α/s = poids d'azotate / poids de sulfate dans le c.c. de solution
1/3
1
3
∞
α/s


m
3
2
1
0
-1
Solutions à concentration totale 10 %
m = poids du liquide transporté par 1 ampère en 10 minutes
a/s = poids d'azotate / poids de sulfate dans 1 c.c. de solution
1/3
1
3
∞
a/s


m
3
2
1
0
-1
Solution à concentration totale 15%
m = poids du liquide transporté par 1 ampère en 10 minutes
a/s = poids d'azotate / poids de sulfate dans 1l c.c. de solution
1/3
1
3
a/s


m
3
2
1
0
-1
Solutions à concentration totale 20 %
m = poids du liquide transporté par 1 ampère en 10 minutes
a/s = poids d'acétate / poids de sulfate dans n. c.c. de solution
1/3
1
3
∞ a/s


m
3
2
1
0
−1
Solutions à concentration totale 25 %
m = poids du liquide transporté par 1 ampère en 10 minutes
a/δ = poids d'alcalate / poids de sulfate dans 1l c.c. de solution
1/3
1
3
a/δ

TROISIÈME PARTIE

Conclusions

CONCLUSIONS

Si nous examinons les courbes obtenues en portant en ordonnées les poids transportés par un même courant de solutions à concentration totale identique inégalement répartie entre le sulfate et l'azotate de cuivre, et en abscisses le rapport des deux sels dans le mélange, nous voyons qu'elles présentent toutes une allure semblable. D'abord, à partir de l'axe des ordonnées, une partie très rapidement décroissante, puis un coude marqué, continué par une portion presqu'en palier.

L'adjonction d'une certaine quantité a d'azotate au sulfate s, de manière à maintenir constante la somme $a+s$, fait donc très rapidement baisser le transport tant que $\frac{a}{s}$ ne dépasse pas $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire que l'azotate ne représente pas plus du quart du poids total des sels dissous. L'entraînement continue à diminuer, mais avec une rapidité sensiblement moindre, lorsque la proportion d'azotate est comprise entre 1/4 et 3/4 de $a+s$. Enfin, lorsque les trois quarts sont dépassés, on ne trouve plus qu'une diminution très lente qui, par cela même, devient très difficile à étudier.

L'azotate pur et le sulfate pur sont transportés en sens inverse l'un de l'autre. Tandis que le dernier descend le courant, considéré comme un transport d'électricité posi-

tive, le premier le remonte. Les courbes des mélanges devront donc chacune couper l'axe des abscisses, et elles le coupent effectivement toutes en un même point D'où s'ensuit que le point à transport nul ne dépend pas de la valeur de la concentration totale du mélange mais est uniquement fonction du rapport $\frac{a}{s}$.

Cette constatation éveille l'idée que ce qui se passe pour le point particulier à transport nul doit pouvoir être généralisé. Mais comme à partir du point où elles traversent l'axe des $\frac{a}{S}$ les courbes divergent, on ne peut songer à dire que, d'une manière générale, le transport soit indépendant de la concentration. Il faut donc chercher autre chose.

Appelons τ le poids total $a + s$ des sels dissous dans 100 c. c. de solution et m la quantité de liquide transportée par 1 ampère en dix minutes. Formons le produit τm pour les solutions de sulfate pur et d'azotate pur d'abord.

Il vient :

Sulfate pur

I 1	$\tau = 5$	$m = 3{,}0611$	$\tau m = 15{,}3055$
II 1	$\tau = 10$	$m = 1{,}5265$	$\tau m = 15{,}2650$
III 1	$\tau = 15$	$m = 1{,}0158$	$\tau m = 15{,}2370$
IV 1	$\tau = 20$	$m = 0{,}7705$	$\tau m = 15{,}4100$
V 1	$\tau = 25$	$m = 0{,}6141$	$\tau m = 15{,}3525$

Moyenne $\tau m = 15{,}3140$

Ecart maximum de la moyenne (IV) $= + 0{,}0960$

$\leq 0{,}63\ \%$

Azotate pur

I 5	$\tau = 5$	$m = 0{,}3827$	$\tau m = 1{,}9135$
II 5	$\tau = 10$	$m = 0{,}1898$	$\tau m = 1{,}8980$
III 5	$\tau = 15$	$m = 0{,}1270$	$\tau m = 1{,}9050$
IV 5	$\tau = 20$	$m = 0{,}0947$	$\tau m = 1{,}8940$
V 5	$\tau = 25$	$m = 0{,}0763$	$\tau m = 1{,}9075$

Moyenne $\tau m = 1{,}9036$

Ecart maximum de la moyenne (I) $= + 0{,}0099$

$< 0{,}53\ \%$

Le produit τm est donc, aux erreurs d'expérience près, pour les solutions diversement concentrées d'un même sel, une constante En d'autres termes, les poids de liquide transportés sont en raison inverse de la concentration. C'est la loi de Van der Ven que nous connaissons déjà.

Répétons les mêmes opérations pour les mélanges en groupant ensemble les solutions diversement concentrées pour lesquelles $\frac{a}{s}$ a la même valeur.

$$\frac{a}{s} = \frac{1}{3}$$

I 2	$\tau = 5$	$m = 1{,}2648$	$\tau m = 6{,}3240$
II 2	$\tau = 10$	$m = 0{,}6366$	$\tau m = 6{,}3660$
III 2	$\tau = 15$	$m = 0{,}4241$	$\tau m = 6{,}3615$
IV 2	$\tau = 20$	$m = 0{,}3197$	$\tau m = 6{,}3940$
V 2	$\tau = 25$	$m = 0{,}2541$	$\tau m = 6{,}3525$

Moyenne $\tau m = 6{,}3596$

Ecart maximum de la moyenne (I) $= - 0{,}0356$

$< 0{,}56\ \%$

$$\frac{a}{s} = 1$$

I **3**	$\tau = 5$	$m = 0{,}7394$	$\tau m = 3{,}6970$
II **3**	$\tau = 10$	$m = 0{,}3712$	$\tau m = 3{,}7120$
III **3**	$\tau = 15$	$m = 0{,}2482$	$\tau m = 3{,}7230$
IV **3**	$\tau = 20$	$m = 0{,}1867$	$\tau m = 3{,}7340$
V **3**	$\tau = 25$	$m = 0{,}1492$	$\tau m = 3{,}7300$

Moyenne $\tau m = 3{,}7192$

Ecart maximum de la moyenne (I) $= -0{,}0222$

$< 0{,}60\ \%$

$$\frac{a}{s} = 3$$

I **4**	$\tau = 5$	$m = 0{,}1877$	$\tau m = 0{,}9385$
II **4**	$\tau = 10$	$m = 0{,}0931$	$\tau m = 0{,}9310$
III **4**	$\tau = 15$	$m = 0{,}0625$	$\tau m = 0{,}9375$
IV **4**	$\tau = 20$	$m = 0{,}0468$	$\tau m = 0{,}9360$
V **4**	$\tau = 25$	$m = 0{,}0374$	$\tau m = 0{,}9350$

Moyenne $\tau m = 0{,}9356$

Ecart maximum de la moyenne (II) $= -0{,}0046$

$< 0{,}50\ \%$

On retrouve, pour chaque série, la constance du produit τm. La loi de Van der Ven doit être étendue aux mélanges et l'on peut par suite dire :

Le transport des mélanges de deux sels s'effectue de manière à ce que, pour des solutions dans lesquelles les sels se trouvent dans un même rapport, le poids de liquide transporté soit, pour un même courant, en raison inverse de la concentration totale.

En résumé :

A. — *J'ai vérifié* les résultats énoncés par Van der Ven :

1° Que l'azotate et le sulfate de cuivre sont entraînés en sens inverse l'un de l'autre, le premier remontant, le second descendant le courant considéré comme transport d'électricité positive ;

2° Qu'un même courant transporte, de solutions d'un même sel, des poids inversement proportionnels à leur concentration.

B. — *Et j'ai montré :*

1° Que l'adjonction au premier — sans changer la masse totale dissoute — d'un deuxième sel, qui serait à lui tout seul entraîné en sens inverse, abaisse le transport, d'abord très rapidement tant que la proportion du deuxième sel ne dépasse pas le quart du poids total dissous ; moins vite tant que son poids est compris entre le quart et les trois quarts du poids total dissous ; très lentement au-dessus des trois quarts ;

2° Que le transport d'un mélange d'azotate et de sulfate de cuivre s'effectue de manière à ce que le poids du liquide entraîné soit en raison inverse de la concentration totale, pour les solutions dans lesquelles les sels se trouvent dans un même rapport ;

3° Que pour les mélanges de deux sels qui séparément sont entraînés en sens inverse l'un de l'autre, tels l'azo-

tate et le sulfate de cuivre, il existe une certaine proportion pour laquelle le transport est nul. Cette proportion, toujours la même pour deux sels donnés, ne dépend en rien de la concentration totale du mélange.

Ce troisième point est d'ailleurs une conséquence des deux premiers.

Vu et approuvé :
Montpellier, le 12 mai 1919.
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
S. DAUTHEVILLE.

Vu et permis d'imprimer :
Montpellier, le 13 mai 1919.
Le Recteur,
Ant. BENOIST.

SECONDE THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

SECONDE THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

États allotropiques du phosphore.

Vu et approuvé :
Montpellier, le 12 mai 1919.
Le Doyen de la Faculté des Sciences,
S. DAUTHEVILLE.

Vu et permis d'imprimer :
Montpellier, le 13 mai 1919.
Le Recteur,
Ant. BENOIST.

ERRATA

Page	Au lieu de	Lire
30, note 4	J. Perrin, *loc. cit* , pp. 606-607.	J. Perrin, *Journ. de Chim. phys.*, **2**, 601, 1904. La citation se trouve pp. 606-607.
31, dernière ligne de la note	Il faudrait donc écrire.....	Il faudrait donc, d'après cet auteur, écrire.....